

Argomenti trattati nel corso di Geometria lineare e affine (Geometria analitica) nell'anno accademico 2007/08.

Vettori applicati, somma di vettori, prodotto per uno scalare, proprietà della somma e del prodotto per uno scalare; vettori equipollenti. Combinazioni lineari. Sottospazi generati da uno, da due, da tre vettori. Vettori linearmente indipendenti.

Coordinate cartesiane; componenti dei vettori applicati nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano, nel piano e nello spazio. Prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto.

Equazioni vettoriali e parametriche di rette e di piani nello spazio. Vettore di direzione di una retta, vettore di giacitura di un piano. Condizione di parallelismo tra rette, angoli di rette orientate.

Uso del prodotto scalare per determinare un'equazione cartesiana di una retta nel piano, relazioni di perpendicolarità, di parallelismo tra rette nel piano, distanza di un punto da una retta. Fasci di rette.

Uso del prodotto scalare per determinare un'equazione cartesiana di un piano, condizione di parallelismo e di perpendicolarità tra piani. Fasci di piani, equazioni cartesiane di rette nello spazio. Distanza di un punto da un piano. Rette complanari, rette sghembe; condizioni di perpendicolarità tra piani, di parallelismo tra retta e piano.

Sistemi di equazioni lineari, compatibilità di un sistema, autosoluzioni di un sistema omogeneo. Sistemi lineari equivalenti.

Somma di matrici, prodotto di una matrice per uno scalare, prodotto righe per colonne, proprietà di somma, di prodotto per scalare, di prodotto righe per colonne. L'operazione di trasposizione.

Operazioni elementari sulle righe di una matrice, matrici a gradini. Il rango di una matrice come numero dei "pivot" di una sua forma a gradini.

Il metodo di eliminazione di Gauss. Teorema di Rouché-Capelli e sue conseguenze: il numero di parametri da cui dipendono le soluzioni di un sistema compatibile, la condizione per l'esistenza di autosoluzioni di un sistema omogeneo, correttezza della definizione di rango di una matrice.

Relazione tra rango di una matrice e dipendenza lineare dei vettori che sono le sue colonne. Matrici non singolari.

Matrici invertibili, proprietà della matrice inversa, condizione necessaria e sufficiente per l'invertibilità, calcolo della matrice inversa con il metodo di eliminazione di Gauss.

Definizione ricorsiva di determinante di una matrice quadrata di ordine n , sue proprietà (senza dimostrazione).

Relazione tra determinante, rango, numero dei vettori colonna (riga) linearmente indipendenti di una matrice quadrata.

Applicazioni del determinante: prodotti misti e volumi, equazione di un piano, condizione di complanarità di quattro punti, condizione di allineamento di tre punti nel piano.

Equazione della circonferenza, retta tangente in un punto di una circonferenza. Definizione di ellisse e di iperbole come luoghi. Definizione di ellisse, parabola, iperbole attraverso l'eccentricità. Simmetrie possedute dalle coniche: assi, centro. Asintoti dell'iperbole. Proprietà focali.

Cambiamenti di coordinate cartesiane nel piano. Il Teorema di classificazione delle coniche (senza dimostrazione).. Equazioni parametriche delle coniche in forma canonica. Coordinate polari nel piano. Equazione polare delle coniche.

Curve parametrizzate, tangente ad una curva parametrizzata.

Superfici sferiche, circonferenze nello spazio.

Superfici rappresentate da equazioni di secondo grado: coni e cilindri, quadriche a centro e paraboloidi in forma canonica, quadriche rigate. Parametrazioni di cilindri. Sezioni piane di una quadrica, quadriche rotonde.

Principali testi di riferimento:

Silvana Abeasis – Geometria analitica del piano e dello spazio, Zanichelli, Bologna, 2002,

Paolo Maroscia – Introduzione alla geometria e all'algebra lineare, Zanichelli, Bologna, 2000

Appunti del corso.