

## Esercitazione guidata di metà corso

1. Nello spazio, riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche  $x, y, z$ , sono assegnati i punti  $A = (2, 3, 0)$ ,  $B = (1, 3, -2)$ , ed il vettore  $\mathbf{v} = (1, -3, \sqrt{2})$ .

- Trovare le componenti del versore che appartiene al sottospazio generato da  $\mathbf{v}$  ed è orientato nel verso opposto a quello di  $\mathbf{v}$ .
- Calcolare l'angolo tra  $\mathbf{v}$  e il versore  $\mathbf{j}$  dell'asse delle  $y$ .
- Scrivere delle equazioni parametriche della retta  $AB$ ; rappresentare il fascio  $F$  dei piani che contengono la retta  $AB$  e verificare che  $F$  non contiene piani perpendicolari alla direzione di  $\mathbf{v}$ .
- Scrivere un'equazione che rappresenti il piano  $\pi$  che contiene il punto  $A$  e l'asse delle  $x$ .
- Trovare le coordinate del punto che è la proiezione ortogonale del punto  $B$  sul piano di equazione  $x + 3y = 0$ .

2. Nel piano, riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche  $x, y$ , è assegnata la retta  $a$  di equazione  $x + 5y + 8 = 0$ . Trovare il punto  $X'$  che è simmetrico del punto  $X = (0, 1)$  rispetto alla retta  $a$ .

3. (Dall'esame del 3 aprile 2007<sup>1</sup>).

Stabilire se la retta  $r$ , di equazioni cartesiane  $x + 2 = y - 2 = 2z$ , e la retta  $s$ , di equazioni parametriche, nel parametro reale  $\sigma$ , 
$$\begin{cases} x = 2\sigma \\ y = \sigma \\ z = 2 - \sigma \end{cases}$$
 sono sghembe o complanari; nel primo caso,

trovare il piano che è parallelo ad entrambe e passa per  $(0, 2, 2)$ , nel secondo caso, trovare il piano che le contiene.

4. (Dall'esame del 3 aprile 2007) a. Discutere, e, per i valori del parametro  $\lambda$  per cui è possibile, risolvere il sistema lineare nelle incognite  $x, y, z$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = \lambda \\ x - y + \lambda z = 1 \end{cases}$$

b. Chiamiamo  $\pi_1$  il piano di equazione  $2x + y + z = 1$ ,  $\pi_2$  il piano  $x + 2y + z = \lambda$  e  $\pi_3$  il piano  $x - y + \lambda z = 1$ . Senza fare ulteriori calcoli, ma utilizzando i risultati ottenuti sopra, rispondere alle domande:

i) ci sono dei valori di  $\lambda$  per cui i tre piani passano per una stessa retta (in altre parole, appartengono allo stesso fascio proprio)?

ii) ci sono dei valori di  $\lambda$  per cui il piano  $\pi_1$  è parallelo alla retta che è l'intersezione di  $\pi_2$  con  $\pi_3$ ?

iii) ci sono dei valori di  $\lambda$  per cui i tre piani sono paralleli (in altre parole, appartengono allo stesso fascio improprio)?

---

<sup>1</sup> Il compito era costituito di 6 esercizi.