

# Geometria lineare e affine – Geometria analitica

## Prova scritta del 15 aprile 2009

**Per favore, leggere le avvertenze!** Scrivere nome e cognome in testa ad ogni foglio. Consegnare questo foglio. La durata della prova è tre ore; è consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali; non è consentito ritirarsi o uscire prima che sia trascorsa un'ora e mezza dall'inizio della prova.

Nome e cognome \_\_\_\_\_ n. matricola \_\_\_\_\_ corso di laurea \_\_\_\_\_

1. Stabilire se le rette  $r$ , di equazioni cartesiane  $\begin{cases} x+y=4 \\ z=8 \end{cases}$ , ed  $r'$ , di equazioni  $\begin{cases} x+z=0 \\ y+z=8 \end{cases}$ , siano sghembe o complanari; in ogni caso, scrivere un'equazione del piano che contiene  $r$  ed è parallelo a  $r'$ .

(5 punti)

2. Nello spazio è assegnato il piano  $\pi$ , di equazione  $4x + 2y - z = 0$ . Rappresentare con equazioni cartesiane l'insieme dei punti la cui distanza da  $\pi$  è uguale a 4.

(5 punti)

3. Nel piano, riferito a coordinate cartesiane ortogonali  $Oxy$ , è assegnata la retta  $t$  di equazione  $4x + y = 2$ . Determinare il centro, il raggio e un'equazione della circonferenza che è tangente a  $t$  in  $(0,2)$  ed ha il centro sull'asse delle  $x$ .

(4 punti)

4.A. Determinare per quali valori del parametro  $k$  sia compatibile il sistema lineare, nelle incognite  $x, y, z$

$$\begin{cases} x+4y-2z=k \\ x-4y=-28 \\ 2x-4y-z=-36 \end{cases}$$

(3 punti)

4.B. Trovare tutte le soluzioni del sistema di cui sopra.

(2 punti)

4.C. Sia  $F$  la famiglia dei piani di equazioni  $x + 4y - 2z = k$ , per  $k$  variabile in  $\mathbb{R}$ . Chiamiamo  $r$  la retta di equazioni  $\begin{cases} x-4y=-28 \\ 2x-4y-z=-36 \end{cases}$ . Utilizzare i risultati ottenuti in A e B e conoscenze di geometria analitica per

rispondere alle domande che seguono.

- E' vero o falso che i piani della famiglia  $F$  formano un fascio? Perché?
- Esiste in  $F$  qualche piano che sia parallelo (in senso stretto) alla retta  $r$ ?
- Esiste nella famiglia  $F$  qualche piano che abbia punti in comune con  $r$ ?

(punti 1+1+1)

5.

a) Nello spazio, riferito a coordinate cartesiane ortogonali  $Oxyz$ , è assegnata la quadrica  $Q$  di equazione  $16x^2 - 4y^2 - (z-4)^2 = 1$ . Spiegare perché basta studiare le sue sezioni con i piani che sono paralleli ad entrambi gli assi delle coordinate  $y$  e  $z$  per poter concludere che si tratta di un iperboloido a due falde (o ellittico).

b) Studiare la conica  $C$  che è l'intersezione del piano  $y = 0$  con la quadrica  $Q$  studiata in a), determinandone il centro, i vertici, gli assi, gli eventuali asintoti, e delle equazioni parametriche.

c) Trovare un'equazione cartesiana e delle equazioni parametriche per il cilindro, con generatrici parallele all'asse delle  $y$ , la cui intersezione con il piano  $y = 0$  è la conica  $C$  studiata nel punto b).

(2+4+2 punti)