

Geometria lineare e affine – Geometria analitica

Prova scritta del 4 aprile 2009

Per favore, leggere le avvertenze! Scrivere nome e cognome in testa ad ogni foglio. Consegnare questo foglio. La durata della prova è tre ore; è consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali; non è consentito ritirarsi o uscire prima che sia trascorsa un'ora e mezza dall'inizio della prova.

Nome e cognome _____ n. matricola _____ corso di laurea _____

1. Nello spazio sono assegnati i punti $A = (2,0,2)$, $B = (2,1,2)$. Scrivere delle equazioni parametriche e cartesiane della retta AB e scrivere un'equazione cartesiana del piano che contiene la retta AB ed è parallelo alla retta c di equazioni $\begin{cases} 2x+2y+z=2 \\ 4x-2y-z=0 \end{cases}$.

(5 punti)

2. Determinare la retta s che passa per il punto $(2,2,0)$ ed è parallela a entrambi i piani:

$$\pi_1 : 2x + y = 2, \quad \pi_2 : x + 2y + z = 2.$$

(4 punti)

3. Trovare il centro ed il raggio della superficie sferica S di equazione

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y + 4z + 16 = 0$$

Trovare i punti nei quali il piano tangente ad S è parallelo al piano $x + z = 0$.

(5 punti)

4. a) Studiare le curve che si ottengono intersecando la quadrica Q di equazione $x^2 + 4y^2 + 16z^2 = 4$ con i piani paralleli ai piani coordinati; in base ai risultati ottenuti, stabilire se Q sia un ellissoide o un iperboloido a una o a due falde.

(4 punti)

b) Trovare un'equazione cartesiana e delle equazioni parametriche del cilindro con generatrici parallele all'asse delle z che ha come direttrice la curva di equazioni

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 16z^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$$

(4 punti)

5.A. Determinare per quali valori del parametro k sia compatibile il sistema lineare, nelle incognite x, y, z ,

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y - 2z = -2 \\ 3x + y - 6kz = k \\ x - y - 2kz = -k \end{cases}$$

(3 punti)

B. Trovare tutte le soluzioni del sistema precedente.

(2 punti)

C. Sia a la retta di equazioni $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y - 2z = -2 \end{cases}$ e siano $r(k)$ le rette di equazioni, dipendenti dal parametro k ,

$\begin{cases} 3x + y - 6kz = k \\ x - y - 2kz = -k \end{cases}$. Utilizzare i risultati ottenuti in A e B e conoscenze di geometria analitica **per motivare** le

risposte alle domande che seguono:

- i) esistono dei valori di k per i quali la corrispondente retta $r(k)$ è sghemba con a ?
- ii) Esistono dei valori di k per i quali la corrispondente retta $r(k)$ è parallela ad a ?
- iii) Esistono valori di k per i quali la corrispondente retta $r(k)$ ha uno o più punti in comune con a ?

(3 punti)