

Geometria lineare e affine – Geometria analitica

Prova scritta del 19 luglio 2009

Avvertenze. Scrivere nome e cognome in testa ad ogni foglio. Consegnare questo foglio. La durata della prova è tre ore; è consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali; non è consentito ritirarsi o uscire prima che sia trascorsa un'ora e mezza dall'inizio della prova.

Nome e cognome _____ n. matricola _____ corso di laurea _____

1. Nello spazio, riferito a coordinate cartesiane ortogonali e monometriche x, y, z , è assegnata la retta r di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + 3y - z = -4 \\ x + z = -4 \end{cases}.$$

Verificare che il punto $Q = (0, -4, -4)$ non appartiene ad r e trovare un'equazione che rappresenti il piano per r e per Q .

(3 punti)

2. Determinare il punto che è la proiezione ortogonale di $A = (-4, 0, -4)$ sul piano π di equazione $x + y - 12 = 0$. Scrivere delle equazioni che rappresentino la retta per A che è parallela sia a π , sia al piano $z = 0$.

(3 + 3 punti)

3. Nello spazio, è assegnata la circonferenza C di centro $(-4, 0, 0)$, raggio uguale a 4, che giace nel piano $x = -4$.

a) Scrivere delle equazioni parametriche ed una equazione cartesiana per il cono di vertice $(0, 0, 0)$ che ha come direttrice la circonferenza C .

b) Scrivere un'equazione cartesiana di una sfera, **scelta a piacere**, che contenga C .

(punti 4+2)

4. Una delle equazioni che seguono rappresenta una parabola non degenera: quale? Spiegare succintamente le ragioni per cui le altre equazioni sono da escludere.

$$a) x^2 - 8xy + 16y^2 = 0; \quad b) x^2 + 4y^2 = 16; \quad c) x + 4 - 4y^2 = 0; \quad d) 16 - x^2 = 0.$$

Trovare asse, fuoco e vertice della parabola.

(punti 6)

5. A. Determinare per quali valori del parametro h sia compatibile il sistema lineare, nelle incognite x, y, z ,

$$\begin{cases} x + y + 4z = 1 \\ x - 4y + z = -4 \\ x + hy = h \end{cases}.$$

(3 punti)

B. Trovare tutte le soluzioni del sistema precedente.

(3 punti)

C. Sia a la retta di equazioni $\begin{cases} x + y + 4z = 1 \\ x - 4y + z = -4 \end{cases}$ e siano $\pi(h)$ i piani le cui equazioni, $x + hy = h$, dipendono

dal parametro h . Utilizzare i risultati ottenuti in A e B, e anche, se opportuno, conoscenze di geometria analitica, **per motivare** le risposte alle domande che seguono:

i) esistono dei valori di h per i quali $\pi(h)$ interseca a in un solo punto?

ii) Esistono dei valori di h per i quali $\pi(h)$ è parallelo ad a ?

iii) Esistono valori di h per i quali $\pi(h)$ contiene a ?

iv) I piani $\pi(h)$, insieme con il piano $y = 1$, costituiscono un fascio proprio, come si può notare ponendo $h = \lambda/\mu$. In che relazione stanno la retta a e la retta che è sostegno del fascio?

(4 punti)