16. La circonferenza.

Si definisce la *circonferenza* come il luogo dei punti del piano che hanno distanza costante (*raggio*) da un punto fisso (*centro*). Si ricordano risultati di geometria elementare: i punti comuni ad una circonferenza e a una retta sono due, uno, o nessuno, a seconda che la distanza del centro dalla retta sia minore, uguale o maggiore del raggio. Nel caso di una sola intersezione, la retta si chiama “*tangente*” alla circonferenza (nel punto comune), ed è perpendicolare alla retta congiungente il centro con il punto di contatto.
Si esaminano le caratteristiche delle equazioni di circonferenze: sono equazioni

a. di secondo grado,
b. prive del termine “rettangolare “ xy
c. con coefficienti uguali per x^2, y^2.

Ogni equazione di secondo grado che verifichi a, b, c, rappresenta una circonferenza?

17. Ellisse, iperbole, parabola.

Dati nel piano due punti distinti *F, F’* ,

- il luogo dei punti per i quali è costante la somma delle distanze da *F, F’* si chiama *ellisse (di fuochi F, F’)*
- il luogo dei punti per i quali è costante, in valore assoluto, la differenza delle distanze da *F, F’* si chiama *iperbole (di fuochi F, F’)*

Scelto opportunamente il sistema di riferimento, si trovano le equazioni “canoniche” dell’ellisse e dell’iperbole. Queste equazioni mettono in evidenza proprietà di simmetria rispetto a due rette ortogonali (dette anche “*assi* dell’ellisse” o “*assi* dell’iperbole”) e ad un punto (*centro*); si nota pure che una retta può avere in comune con queste curve al massimo due punti e se ne ricavano le definizioni di retta “tangente”, “secante”, “esterna”.
Nel fascio delle rette che passano per il centro dell’iperbole si distinguono due rette, dette ***asintoti,*** per le quali il problema algebrico della ricerca delle intersezioni conduce ad una equazione impossibile, del tipo 0 = 1; queste rette separano le rette del fascio per cui il problema suddetto ha due soluzioni reali (rette secanti) dalle rette per le quali le soluzioni esistono nel campo complesso (rette esterne). Si nota che per le rette parallele agli asintoti il problema algebrico della ricerca delle intersezioni con l’iperbole si riduce a un problema di primo grado.
Si chiama *parabola* il luogo dei punti che hanno ugual distanza da un punto fisso (*fuoco*) e da una retta fissa (*direttrice*). Questo luogo risulta simmetrico rispetto alla perpendicolare condotta dal fuoco alla direttrice (*asse* della parabola). Il problema algebrico della ricerca delle intersezioni tra parabola e rette è generalmente di secondo grado, ma si riduce al primo grado per le rette parallele all’asse. Tra le rette perpendicolari all’asse, una sola ha due intersezioni coincidenti con l’asse; il punto in cui essa è tangente alla parabola si chiama *vertice* della parabola.

Per i dettagli, si veda per esempio [testo], cap. 4, n. 1, E1.