

6. Equazioni cartesiane di una retta nel piano.

Utilizziamo il prodotto scalare per ottenere un'equazione che *rappresenti* una retta, nel piano in cui sia fissato un sistema di riferimento cartesiano Oxy , ortogonale e monometrico. Precisamente, fissato un vettore $\mathbf{n} = (a, b)$, la retta che passa per l'origine ed è perpendicolare a \mathbf{n} coincide con l'insieme dei punti P , di coordinate (x, y) , per i quali è

$$\mathbf{n} \bullet \overrightarrow{OP} = 0 \quad \text{cioè} \quad ax + by = 0.$$

La retta passante per $Q = (x^*, y^*)$ e perpendicolare a \mathbf{n} è l'insieme di tutti i punti P per cui

$$\mathbf{n} \bullet (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}) = 0 \quad \text{cioè} \quad a(x - x^*) + b(y - y^*) = 0,$$

ovvero

$$(1) \quad ax + by + c = 0.$$

Se si sostituisce il vettore \mathbf{n} con un qualunque vettore, non nullo, dello spazio da lui generato, si ottiene, per la retta passante per Q e ortogonale a \mathbf{n} , un'equazione diversa da (1):

$$kax + kby + kc = 0 \quad (k \text{ diverso da } 0).$$

Se è $b \neq 0$, per $k = 1/b$ e con ovvie sostituzioni si ottiene la forma "ridotta" $y = mx + q$.

Dalle equazioni parametriche di una retta r (introdotte il 27 gennaio) si deduce, per sostituzione del parametro, un'equazione cartesiana del tipo (1); viceversa, ricavando da (1) una variabile in funzione dell'altra, si trovano delle equazioni parametriche della retta definita da (1).

Per una data retta, indicati con $\mathbf{v} = (l, m)$ un vettore direttore e con $\mathbf{n} = (a, b)$ un vettore normale, si ha:

$$l = -k b, \quad m = k a, \quad \text{con } k \text{ diverso da } 0.$$

Si ricavano le condizioni di parallelismo e di perpendicolarità tra due rette nel piano.

Si introduce la nozione di fascio (proprio, improprio) di rette.

Si utilizza l'espressione della componente di un vettore rispetto ad una retta, introdotta nella lezione del 22 gennaio, per calcolare la distanza di un punto da una retta, ottenendo una formula (*da non ricordare a memoria*) che può tornare utile nella risoluzione di problemi.

Per i dettagli, si veda per esempio [testo], cap. 2, n. 4, E4.