

Geometria lineare e affine – Geometria analitica, a. a. 2008/09

Prova intermedia

17 febbraio 2009

1. Ricordiamo che, assegnata nel piano una retta a , la simmetria (riflessione) rispetto ad a è l'applicazione del piano su se stesso che ad un qualsiasi punto \mathcal{P} fa corrispondere quel punto \mathcal{P}' per cui la retta a sia l'asse del segmento \mathcal{PP}' . La simmetria rispetto ad a manda ogni punto di a in se stesso; manda i punti di una retta r nei punti di una retta r' , che si chiama "simmetrica di r rispetto ad a ".

Nel piano, riferito ad un sistema cartesiano, di origine O con coordinate x, y , sia a la retta di equazione cartesiana $x + 2y - 1 = 0$. Scrivere delle equazioni parametriche e un'equazione cartesiana della retta simmetrica dell'asse delle y rispetto ad a .

2. Nello spazio, riferito a coordinate cartesiane $Oxyz$, sono assegnati i punti

$$P = (-1, -2, 0), Q = (0, 1, -2), R = (1, -1, -2), S = (-2, -5, 2).$$

A) Verificare che P, Q, R, S sono complanari e scrivere un'equazione cartesiana del piano che li contiene.

B) Che tipo di quadrilatero è quello che ha come vertici i punti P, Q, R, S ?

C) Calcolare l'area del triangolo PQR .

3. Rappresentare con equazioni cartesiane la retta che è la proiezione ortogonale dell'asse delle z sul piano di equazione $x + 2y - 1 = 0$.

4. Determinare la distanza del punto $P = (-1, -2, 0)$ dalla retta di equazioni parametriche (nel parametro reale λ)

$$x = -2 - \lambda, \quad y = \lambda, \quad z = 3 + \lambda.$$

5. Stabilire se esistano valori del parametro h per i quali i vettori

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ h \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

siano linearmente dipendenti; per quei valori di h , esprimere uno dei tre vettori come combinazione lineare degli altri due.