Geometria lineare e affine – Geometria analitica
Prova scritta del 18 settembre 2009

Avvertenze. **Scrivere nome e cognome <u>in testa ad ogni foglio</u>. Consegnare questo foglio.**
E' consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali. Il tempo a disposizione è tre ore. Non è consentito ritirarsi o uscire prima che sia trascorsa un'ora e mezza dall'inizio della prova.

<u>Nome e cognome____________________n. matricola___________corso di laurea_____</u>

1. Verificare che l'asse delle z e la retta di equazioni cartesiane $\begin{cases} x+y=1 \\ z=2 \end{cases}$ sono sghembe; calcolare la distanza tra queste due rette e scrivere un'equazione cartesiana che rappresenti il piano parallelo ad entrambe, che passa per (1,0,1).

(1+3+2 punti)

2. Calcolare **in due modi diversi** l'area del triangolo che ha come vertici i punti

$$A = (1,0,0),\ B = (0,1,1),\ C = (1,1,1).$$

(3+3 punti)

3.a. Trovare un'equazione cartesiana della superficie sferica S che è tangente al piano $x = 2$ nel punto (2,0,0) ed ha il centro sul piano π di equazione $x = y$.
b. Rappresentare in forma cartesiana la circonferenza M tagliata su S da π.
c. Scrivere un'equazione cartesiana e delle equazioni parametriche del cilindro con generatrici parallele all'asse delle x che ha come direttrice la circonferenza M.

(3+1+2 punti)

4. Scrivere un'equazione cartesiana, contenente un parametro, che rappresenti la famiglia I di tutte le iperboli che hanno i fuochi sull'asse delle y e hanno come asintoti le rette di equazioni

$$x-3y=0, \quad x+3y=0.$$

Tra le iperboli di I, determinare quella che ha un vertice nel punto (0,1), e scriverne delle equazioni parametriche.

(4+1+1 punti)

5. A. Stabilire per quali valori del parametro t il sistema lineare (nelle incognite x,y,z)

$$\begin{cases} x-y+z=1 \\ tx+ty-z=1 \\ x-y+tz=t \end{cases}$$

ammetta soluzioni.
B. Se per qualche valore di t il sistema precedente ammette infinite soluzioni, trovarle.
C. Chiamiamo π il piano di equazione $x - y + z = 1$ e $r(t)$ la retta di equazioni $\begin{cases} tx+ty-z=1 \\ x-y+tz=t \end{cases}$. Utilizzare i risultati ottenuti in A e B e, se opportuno, nozioni di geometria analitica, per **motivare** le risposte alle seguenti domande:

i) esiste qualche t per cui la corrispondente retta $r(t)$ è parallela a π?
ii) Vi sono delle rette $r(t)$ che intersechino π in un unico punto?
iii) Il piano π contiene qualche $r(t)$?

(3+1+3 punti)