1. Vettori geometrici.

1. Disegnare un triangolo scaleno *AOB*. Considerare i vettori $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$. Disegnare i vettori: **b + a, b – a, (b – a) + a,** 2**a** – 3**b**, (–1/3)**(a + b).**
2. Sono dati tre punti non allineati *A*, *B*, *C*. Sia *D* un punto tale che il quadrilatero *ABCD* sia un parallelogrammo. Per ciascuno dei vettori $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DB}$, stabilire se è in qualche relazione (è equivalente per traslazione, è equivalente alla somma, eccetera...) con i vettori $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$.
3. In un piano, è dato un quadrilatero *ABCD*, che <u>non</u> è un parallelogrammo. Chiamiamo **u** il vettore applicato in *A* equivalente (o equipollente) a $\overrightarrow{BC}$, **v** il vettore applicato in *A* equivalente a $\overrightarrow{CD}$, **w** il vettore applicato in *A* equivalente a $\overrightarrow{DA}$. Calcolare il vettore, applicato in *A*, che è la somma $\overrightarrow{AB} +$ **u + v + w** .
4. I punti *C*, *A*, *B* sono vertici consecutivi di un parallelogramma per il quale vale l'uguaglianza $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$: di che tipo di parallelogrammo si tratta? (Suggerimento: ricordare le relazioni tra gli angoli di in un parallelogrammo.)
5. *ABCD* è un quadrato, e *O* è il suo centro (punto d'incontro delle diagonali). Scrivere il vettore $\overrightarrow{AO}$ come combinazione lineare dei vettori $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$.
6. *HKL* è un triangolo, *G* il suo baricentro, cioè il punto comune alle sue mediane. Esprimere il vettore $\overrightarrow{HG}$ come combinazione lineare dei vettori $\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HL}$. (Suggerimenti: il baricentro divide ogni mediana in segmenti che sono...............quindi mandando dal baricentro la parallela ad un lato si dividono gli altri lati in parti che .....)
7. Dati tre punti distinti e non allineati *O, A, B*, chiamiamo *M* il punto medio tra *A* e *B*. Esprimere il vettore $\overrightarrow{OM}$ come combinazione lineare di $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$. Considerare il caso in cui *O*, *A*, *B* sono allineati: cambia il modo di scrivere $\overrightarrow{OM}$?
8. Nel piano, è assegnato un sistema di coordinate cartesiane $(O,\vec{i},\vec{j})$[1]. Sono dati i vettori $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$, $\overrightarrow{OB} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\mathbf{i}$. Trovare le componenti dei vettori $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}$. Stabilire, senza ulteriori calcoli, se i punti *A*,*B*,*C* sono allineati.
9. Nel piano, fissato un sistema di coordinate cartesiane $(O,\vec{i},\vec{j})$, sono assegnati $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$. Trovare, se esistono, dei punti *K*, *L* in modo tale che **v** sia equivalente ad $\overrightarrow{AK}$ (cioè, si ottenga per traslazione da $\overrightarrow{AK}$) e che 2**v** sia equivalente a $\overrightarrow{LA}$.
10. Nel piano, fissare un sistema di coordinate cartesiane $(O,\vec{i},\vec{j})$ e considerare il vettore $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$
    (a) Disegnare i vettori (1/2) **c**, (–3/4) **c** e scriverne le componenti.
    (b) Sia $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3/2 \end{pmatrix}$. Scrivere il vettore **0** come combinazione lineare dei vettori **c, d** in **due** modi <u>diversi</u>.
11. Nello spazio, è assegnato un sistema di coordinate cartesiane (*O*,**i,j,k).**
    (a) Scrivere le componenti dei vettori **i, j, k,** 4**i, j + k .**
    (b) E' possibile scrivere uno, tra **i, j, k,** come combinazione lineare degli altri due? Motivare la risposta!
    (c) Descrivere gli insiemi dei vettori che sono combinazione lineare soltanto di *due* tra **i, j, k,** scrivendone le componenti.
    (d) Quali sono i vettori che sono combinazione lineare soltanto di *uno* tra **i, j, k** ?
12. E' vero o falso che se tre vettori giacciono in uno stesso piano allora **ciascuno** di essi si può ottenere come combinazione lineare degli altri due? Spiegare la propria risposta.

[1] A volte, per comodità di scrittura, scriveremo anche (*O*,**i**,**j**).