Argomenti trattati nel corso di Geometria analitica e algebra lineare (corso di laurea in Matematica), nell'anno accademico 2009/10

Vettori geometrici, coordinate. Equazioni parametriche di rette e di piani, condizioni di parallelismo.

Spazi vettoriali. Matrici, operazioni su matrici, spazi vettoriali di matrici.
Sottospazi vettoriali, sistemi lineari, il metodo di eliminazione di Gauss.

Combinazioni lineari di vettori, dipendenza e indipendenza lineare, sistemi di generatori di un sottospazio vettoriale, basi, insiemi massimali di vettori linearmente indipendenti, teorema del completamento, dimensione di uno spazio vettoriale. Intersezione e somma di sottospazi, formula di Grassmann. Somma diretta.

Applicazioni lineari, Nucleo, caratterizzazione delle applicazioni lineari iniettive, Immagine.
Applicazioni lineari e matrici. Teorema sulle dimensioni del Nucleo e dell'Immagine di un'applicazione lineare, teorema di Rouché-Capelli.

Il rango di una matrice: dimensione dell'Immagine dell'applicazione associata e numero di colonne linearmente indipendenti, numero dei pivot di una riduzione a scalini. Rango per righe di una matrice. Struttura delle soluzioni di un sistema, sottospazi affini.

Equazioni cartesiane di rette nel piano, di piani nello spazio. Fasci di rette nel piano, condizioni di parallelismo tra rette nel piano. Fasci di piani, equazioni cartesiane di rette nello spazio, posizioni reciproche di piani e rette, relazioni di parallelismo; rette sghembe.

Matrici invertibili, proprietà della matrice inversa, condizioni per l'invertibilità, calcolo della matrice inversa, applicazioni invertibili. Cambiamenti di basi, matrici associate ad applicazioni lineari, matrici simili.

Area del parallelogrammo come determinante. Proprietà dei determinanti, esistenza ed unicità del determinante. Relazione tra determinante, rango, dipendenza lineare delle righe e delle colonne di una matrice quadrata. Uso del determinante per scrivere equazioni di rette, di piani, condizioni di allineamento e di complanarità. Teoremi di Laplace, Binet, Cramer, senza dimostrazione.

Prodotto scalare standard nel piano e in $\mathbb{R}^n$. Uso del prodotto scalare: angolo tra rette orientate, condizioni di perpendicolarità, angoli tra rette e piani, coseni direttori, piano perpendicolare ad una direzione, distanza punto-piano. Prodotto vettoriale in $\mathbb{R}^3$, prodotto misto, aree e volumi.
Basi ortogonali, il complemento ortogonale di un sottospazio di $\mathbb{R}^n$, esistenza di basi ortonormali. Matrici ortogonali, cambiamenti di coordinate cartesiane, isometrie del piano e dello spazio.

Autovalori, autovettori, polinomio caratteristico e sue proprietà. Diagonalizzazione di una matrice, molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore, condizioni per la diagonalizzabilità di una matrice. Il caso delle matrici simmetriche (senza dimostrazione).

Luoghi di punti del piano definiti da relazioni tra distanze: circonferenza, ellisse, iperbole, parabola, loro equazioni, e rappresentazioni parametriche. Matrice simmetrica dei coefficienti di una equazione di secondo grado, effetto di una trasformazione affine, teorema di classificazione euclidea delle coniche. Centro, assi, asintoti.
Sfera, cilindri, coni e le altre quadriche, le loro sezioni piane.

Coordinate polari nel piano, cilindriche e polari nello spazio.

Gli argomenti trattati nel corso si trovano in qualunque manuale universitario di geometria analitica e algebra lineare; il testo di riferimento principale è
Marco Abate – Chiara de Fabritiis, *Geometria analitica con elementi di algebra lineare,* McGraw-Hill, Milano 2006.