Prova intermedia di Geometria Analitica e Algebra lineare per il Corso di Laurea in Matematica, Facoltà di Scienze MM.FF.NN., UNICAL (Prof.ssa M. D'Aprile, Dott.ssa C. Galati) Rende, 19 Novembre 2009

COGNOME .... *NOME* ....

MATRICOLA .... *COMPITO A*

1. Nello spazio vettoriale $\mathbf{R^3}$ sono assegnati i vettori

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se essi sono linearmente indipendenti; in caso contrario, trovarne un sottoinsieme B massimale di vettori indipendenti ed esprimere i rimanenti vettori come combinazione lineare dei vettori di B.

2. Sia $f : \mathbf{R^n} \to \mathbf{R^m}$ un'applicazione lineare. Dimostrare che, per ogni sottospazio $W \subset \mathbf{R^n}$, si ha che $f(W)$ è un sottospazio di $\mathbf{R^m}$. Cosa si può dire della dimensione di $f(W)$?

3. Stabilire se per qualche valore di k il sottoinsieme

$$V_k = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R^4} \,|x_1 + 4x_2 = k(k-1), x_3 + kx_4^2 = 0\}$$

sia un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R^4}$, e, nei casi in cui è uno spazio vettoriale, trovarne una base e la dimensione.

4. Trovare lo spazio immagine del sottospazio

$$< \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} >$$

tramite l'applicazione lineare $L_G : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ associata alla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Determinare, indicandone un sistema di generatori, i sottospazi $Ker(L_G)$ e $Im(L_G)$.

Prova intermedia di Geometria Analitica e Algebra lineare per il Corso di Laurea in Matematica, Facoltà di Scienze MM.FF.NN., UNICAL (Prof.ssa M. D'Aprile, Dott.ssa C. Galati) Rende, 19 Novembre 2009

COGNOME .... *NOME* ....

MATRICOLA .... *COMPITO B*

1. Nello spazio vettoriale $\mathbf{R^3}$ sono assegnati i vettori

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se essi sono linearmente indipendenti; in caso contrario, trovarne un sottoinsieme B massimale di vettori indipendenti ed esprimere i rimanenti vettori come combinazione lineare dei vettori di B.

2. Sia $f : \mathbf{R^n} \to \mathbf{R^m}$ un'applicazione lineare. Dimostrare che, per ogni sottospazio $W \subset \mathbf{R^n}$, si ha che $f(W)$ è un sottospazio di $\mathbf{R^m}$. Cosa si può dire della dimensione di $f(W)$?

3. Stabilire se per qualche valore di k il sottoinsieme

$$V_k = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R^4} \,|x_1 + 8x_2 = k(k-2), x_3 + kx_4^2 = 0\}$$

sia un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R^4}$, e, nei casi in cui è uno spazio vettoriale, trovarne una base e la dimensione.

4. Trovare lo spazio immagine del sottospazio

$$< \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} >$$

tramite l'applicazione lineare $L_G : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ associata alla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Determinare, indicandone un sistema di generatori, i sottospazi $Ker(L_G)$ e $Im(L_G)$.

Prova intermedia di Geometria Analitica e Algebra lineare per il Corso di Laurea in Matematica, Facoltà di Scienze MM.FF.NN., UNICAL (Prof.ssa M. D'Aprile, Dott.ssa C. Galati) Rende, 19 Novembre 2009

COGNOME .... *NOME* ....

MATRICOLA .... *COMPITO C*

1. Nello spazio vettoriale $\mathbf{R^3}$ sono assegnati i vettori

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se essi sono linearmente indipendenti; in caso contrario, trovarne un sottoinsieme B massimale di vettori indipendenti ed esprimere i rimanenti vettori come combinazione lineare dei vettori di B.

2. Sia $f : \mathbf{R^n} \to \mathbf{R^m}$ un'applicazione lineare. Dimostrare che, per ogni sottospazio $W \subset \mathbf{R^n}$, si ha che $f(W)$ è un sottospazio di $\mathbf{R^m}$. Cosa si può dire della dimensione di $f(W)$?

3. Stabilire se per qualche valore di k il sottoinsieme

$$V_k = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R^4} \,|x_1 + 12x_2 = k(k-3), x_3 + kx_4^2 = 0\}$$

sia un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R^4}$, e, nei casi in cui è uno spazio vettoriale, trovarne una base e la dimensione.

4. Trovare lo spazio immagine del sottospazio

$$< \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} >$$

tramite l'applicazione lineare $L_G : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ associata alla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Determinare, indicandone un sistema di generatori, i sottospazi $Ker(L_G)$ e $Im(L_G)$.

Prova intermedia di Geometria Analitica e Algebra lineare per il Corso di Laurea in Matematica, Facoltà di Scienze MM.FF.NN., UNICAL (Prof.ssa M. D'Aprile, Dott.ssa C. Galati) Rende, 19 Novembre 2009

COGNOME .... *NOME* ....

MATRICOLA .... *COMPITO D*

1. Nello spazio vettoriale $\mathbf{R^3}$ sono assegnati i vettori

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se essi sono linearmente indipendenti; in caso contrario, trovarne un sottoinsieme B massimale di vettori indipendenti ed esprimere i rimanenti vettori come combinazione lineare dei vettori di B.

2. Sia $f : \mathbf{R^n} \to \mathbf{R^m}$ un'applicazione lineare. Dimostrare che, per ogni sottospazio $W \subset \mathbf{R^n}$, si ha che $f(W)$ è un sottospazio di $\mathbf{R^m}$. Cosa si può dire della dimensione di $f(W)$?

3. Stabilire se per qualche valore di k il sottoinsieme

$$V_k = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R^4} \, |x_1 + 16x_2 = k(k-4), x_3 + kx_4^2 = 0\}$$

sia un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R^4}$, e, nei casi in cui è uno spazio vettoriale, trovarne una base e la dimensione.

4. Trovare lo spazio immagine del sottospazio

$$< \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} >$$

tramite l'applicazione lineare $L_G : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ associata alla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 3 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Determinare, indicandone un sistema di generatori, i sottospazi $Ker(L_G)$ e $Im(L_G)$.