

Congetturare, argomentare, dimostrare con l'aiuto di un software di geometria dinamica

1. Alcuni problemi di costruzione, già incontrati

1. Dato un qualsiasi triangolo T , costruire la circonferenza inscritta e quella circoscritta a T . Sotto quali condizioni le due circonferenze sono concentriche? Giustificare la risposta. *Suggerimento:* usare il “puntatore” per trascinare i vertici del triangolo.....
2. Data una circonferenza C , inscrivere in essa un rettangolo. Giustificare il procedimento di costruzione escogitato. Qual è il rettangolo di area massima inscrivibile in C ? *Suggerimento:* usare il software per esplorare la situazione, formare una congettura, passare a carta e penna, dimostrare la congettura.
3. Dati una circonferenza C ed un punto P esterno ad essa, tracciare le rette che passano per P e sono tangenti a C . Giustificare il procedimento di costruzione escogitato.
4. Dato un segmento l , costruire l'ottagono regolare con lato l . Giustificare il procedimento di costruzione escogitato.

2. Semplici costruzioni che utilizzano trasformazioni

1. Disegnare un mosaico (o tappezzeria) utilizzando soltanto traslazioni. Si possono costruire mosaici sottoponendo un motivo a simmetrie centrali? Giustificare il procedimento di costruzione escogitato.
2. Dato un quadrilatero qualunque, disegnare la pavimentazione del piano con piastrelle tutte congruenti a quel quadrilatero. Giustificare il procedimento di costruzione escogitato.

3. Da Matematica 2003¹, Argomentare, congetturare, dimostrare

1. Nell'attività “Esplorazione di figure piane: dalle congetture alle dimostrazioni” viene proposto agli studenti di primo biennio (che hanno a disposizione un software di geometria) il seguente problema:

Dato un triangolo, tracciare la bisettrice di uno dei suoi angoli. Essa può risultare perpendicolare al lato opposto all'angolo considerato?

L'attività prevede quattro fasi:

1. esplorazione al calcolatore,
2. discussione collettiva sui risultati dell'esplorazione
3. sistemazione formale, formulazione del teorema, condivisione della dimostrazione
4. definizione rigorosa di altezza.

Come possibile sviluppo viene suggerito il problema:

In un triangolo ABC si tracciano le bisettrici degli angoli A e B . Sia O il loro punto di incontro. E' possibile, modificando opportunamente i lati del triangolo ABC , fare in modo che le due bisettrici siano tra loro perpendicolari? Scrivere tutte le osservazioni.

2. In “Attività con software geometrico” vengono proposti, tra gli altri, i seguenti

Problemi di costruzione

1. Sono dati una retta t , un punto P su di essa e un punto Q non appartenente a t . Costruire la circonferenza che passa per P , Q ed è tangente a t in P . Giustificare la correttezza della costruzione.
2. Costruire un parallelogramma, date le lunghezze delle sue diagonali.
3. Costruire una circonferenza, dati due suoi punti e la lunghezza del raggio.
4. Costruire una parabola, dati il fuoco e la direttrice.

Problemi di esplorazione

1. *Siano date due circonferenze C e C' con centri O e O' , che si intersecano in due punti distinti A e B ; siano D ed E i punti diametralmente opposti ad A rispettivamente su C e C' .*

Proposta di lavoro:

- che relazione c'è tra i punti D , B , E ?
- Quali relazioni ci sono tra i segmenti DE e OO' ?
- Che tipo di quadrilatero è $DOO'E$?
- Quali configurazioni particolare può assumere? Dalla variazione di quali oggetti dipendono queste configurazioni?

2. *Sia dato un quadrilatero $ABCD$ e siano L , M , N , e P rispettivamente i punti medi dei lati AB , BC , CD , DA .*

Proposta di lavoro:

- quali proprietà ha il quadrilatero $LMNP$?
- Quali configurazioni particolari assume il quadrilatero $LMNP$?
- Quali ipotesi occorre fare sul quadrilatero $ABCD$ affinché $LMNP$ assuma tali configurazioni particolari?

Scrivere le proprie congetture e dimostrarle.

¹ <http://umi.dm.unibo.it/italiano/Matematica2003/matematica2003.html>