Seconda prova **dedicata agli studenti ammessi con riserva**, erogata tramite la piattaforma Exam.net, di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Docente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 28/01/2021.

Lo studente ha a disposizione 40 minuti. E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a due colonne e 4 righe. Nella prima colonna inserire il numero della domande e nella seconda la risposta corretta per ciascuna domanda. Ciascuna domanda vale 1 punto se corretta, 0 se sbagliata.

---

1 Dire quanto vale il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Risposta: Il rango della matrice 3. (Vale 1 punto)

2 È data la matrice $B = \begin{pmatrix} t-1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Dire per quali valori di t si annulla il determinante di B.

Risposta: Il determinante della matrice si annulla per $t = 4$. (Vale 1 punto)

3. Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Dire quali delle seguenti affermazioni è vera:

A) il nucleo di f è un piano contenente il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$;

B) il nucleo di f è la retta generata dal vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$;**(risposta esatta)**

C) il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ non appartiene al nucleo di f.

(Vale 1 punto)

4. È data l'applicazione lineare f dell'esercizio precedente. Dire se esistono vettori $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbf{R^3}$ tali che

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Risposta: Certamente esistono vettori con tale proprietà. In particolare $\underline{0}$ gode della proprietà $f(\underline{0}) = \underline{0}$, qualunque sia l'applicazione lineare f. Per l'applicazione lineare dell'esercizio, l'insieme dei vettori con la proprietà sopra è in particolare un sottospazio di dimensione 1, che coincide con l'autospazio relativo a $\lambda = 1$. (Vale 1 punto).

Seconda prova **dedicata agli studenti ammessi con sufficienza piena**, erogata tramite la piattaforma Exam.net, di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Docente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 28/01/2021.

Lo studente ha a disposizione 40 minuti. E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a due colonne e 3 righe. Nella prima colonna inserire il numero della domande e nella seconda la risposta corretta per ciascuna domanda. Ciascuna domanda vale 1 o 2 punti se corretta, 0 se sbagliata.

---

1 È data la matrice $B = \begin{pmatrix} t & 1 & t+1 \\ 2 & -1 & 1 \\ t & 0 & t \end{pmatrix}$. Dire quali delle seguenti affermazioni è vera:

A) la matrice non ha rango 3 per nessun valore di $t \in \mathbf{R}$;
B) la matrice non ha rango 3 per ogni valore di $t \in \mathbf{R}$; (**risposta esatta)**
C) nessuna delle precedenti risposte.

(Vale 1 punto)

2. Sia $f : \mathbf{V} \to \mathbf{V}$ un endomorfismo di uno spazio vettoriale V. Siano $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$ due autovettori di f. Se $< \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2} >$ è lo spazio generato dai due vettori e $f(< \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2} >)$ è la sua immagine, dire quali delle seguenti affermazioni è vera:

A) $f(< \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2} >) \subseteq < \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2} >$; **(risposta esatta)**
B) $f(< \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2} >) = < \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2} >$;
C) nessuna delle risposte precedenti.

(Vale 2 punti)

3. Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ definita da $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Dire se l'insieme dei vettori $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbf{R^3}$ tali che

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

è non vuoto ed è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R^3}$. In caso affermativo calcolarne la dimensione.

L'insieme dei vettori con la proprietà voluta è sempre non vuoto perchè $\underline{0}$ vi apprtiene ed è un sottospazio vettoriale. In particolare, se ha dimensione positiva questo sottospazio coincide con l'autospazio relativo a $\lambda = 1$. In questo caso ha dimensione positiva pari a 1. (Vale 1 punto).