

Esame online tramite la piattaforma Exam.net di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Docente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 21/01/2021. E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a due colonne e 10 righe. Nella prima colonna inserire il numero della domande e nella seconda la risposta corretta per ciascuna domanda. Ciascuna domanda vale 3 punti se corretta, 0 se sbagliata.

---

1. Quali dei seguenti numeri complessi é soluzione dell'equazione

$$w^5 + 3e^{\frac{2\pi i}{3}} = 0?$$

- A)  $w = -3^{\frac{1}{5}} e^{\frac{8\pi i}{15}}$ ; (risposta esatta)  
 B)  $w = -3^{\frac{1}{5}} e^{\frac{11\pi i}{15}}$ ;  
 C) nessuna delle altre risposte;  
 D)  $w = 3^{\frac{1}{5}} e^{\frac{11\pi i}{15}}$ . (risposta esatta)

(Vale 3 punti)

2. Il prodotto dei seguenti numeri complessi  $z = \frac{2\sqrt{2}i}{1-i}$  e  $w = 2\sqrt{3}e^{\frac{\pi i}{3}}$  è dato da:

- A)  $zw = 4\sqrt{6}e^{\frac{7\pi i}{12}}$ ;  
 B)  $zw = 4\sqrt{6}e^{\frac{5\pi i}{12}}$ ;  
 C)  $zw = 2\sqrt{12}e^{\frac{13\pi i}{12}}$ ; (risposta esatta)  
 D) nessuna delle precedenti risposte.

(Vale 3 punti)

- 3 Per quali valori del parametro reale  $k$  l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1-k & 0 & 0 \\ 0 & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2k & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$$

iniettiva?

- A)  $k \neq 0$  e  $k \neq -\frac{1}{2}$ ; (risposta esatta)  
 B)  $k = 0, -\frac{1}{2}$ ;  
 C)  $k = 0$ ;  
 D)  $k = -\frac{1}{2}$ .

(Vale 3 punti)

4 È data la matrice  $B = \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 2k & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Per quali valori di  $k$  è invertibile? Per quali valori di  $k$  ha rango 2?

Per ogni  $k \in \mathbb{R}$  la matrice risulta di rango 2 e perciò non invertibile. (Vale 3 punti)

5. Sono dati 4 vettori  $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$  in  $\mathbb{R}^4$ . Il

sottospazio

$$U = \langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \rangle \subset \mathbb{R}^4$$

ha dimensione:

- A) 1;
- B) 4;
- C) 3;
- D) 2. (risposta esatta)

(Vale 3 punti)

6. Sono dati in  $\mathbb{R}^4$ , con coordinate cartesiane  $(x, y, z, w)$ , i due sottospazi  $\pi : x + y - 2z = 0$  e  $\Lambda : x - y = 0$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- A) i due sottospazi si intersecano lungo una retta;
- B) i due sottospazi si intersecano lungo un piano; (risposta esatta)
- C) nessuna delle altre risposte;
- D) l'unione dei due sottospazi  $\pi$  e  $\Lambda$  è un sottospazio vettoriale.

(Vale 3 punti)

7. Dire per quali dei seguenti valori del parametro reale  $t$  il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y + 2tz = 1 \\ ty - tz = 0 \end{cases}$$

è compatibile ed ammette un numero infinito di soluzioni:

- A)  $t \neq 0$ ;
- B) nessuno;
- C)  $t = 0$ ; (risposta esatta)
- D)  $t = 0$  e  $t = \frac{1}{2}$ .

(Vale 3 punti)

8. Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  definita da  $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ .

Dire se  $f$  è diagonalizzabile.

(No.)

(Vale 3 punti)

9. Il precedente endomorfismo ha autospazi di dimensione 0?

No. Gli autospazi non possono mai aver dimensione 0.

(Vale 3 punti)

10. Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definita da  $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ .

Il nucleo di  $f$  è dato da:

- A)  $-2y + z = 0$ ;
- B)  $x - y = 0, z + w = 0$ ;
- C)  $x - 2y = 0, z = 0$ ; (risposta esatta)
- D) l'origine.

(Vale 3 punti)