Esame online (key: aPjhXc) tramite la piattaforma Exam.net e durante Zoom meeting ID 977 9748 9950 di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Presidente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 17 giugno 2020.
E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a tre colonne e 11 righe. Nella prima riga di ciascuna colonna scrivere "N. domanda", "Risposta" e "Punteggio" ed inserire le risposte in tabella. La terza colonna va lasciata vuota.

---

1. È data l'equazione

$$w^2 = \frac{-2}{i\sqrt{2}}(i-1).$$

Quali dei seguenti numeri complessi è soluzione?
A) $w = 1$;
B) $w = \sqrt{2}e^{\frac{5\pi i}{8}}$ (corretta);
C) $w = -1$;
D) $w = 2e^{\frac{5\pi i}{8}}$.
(Vale 3 punti)

2. Quali dei seguenti numeri complessi è il coniugato di $z = -2i\frac{(i+1)}{i-1}$?
A) $\bar{z} = -2i$;
B) $\bar{z} = 2i$;
C) $\bar{z} = 2$;
D) $\bar{z} = -2$ (corretta).
(Vale 3 punti)

3 Sono date le matrici $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. La matrice AB data da:
A) $AB = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$;
B) $AB = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ (corretta);
C) $AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$;
D) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
(Vale 3 punti)

4 È data la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Il suo determinante vale:
A) $\det(B) = -2$;
B) $\det(B) = 0$;
C) $\det(B) = -1$;
D) $\det(B) = 2$ (corretta). (Vale 3 punti)

5. Sono dati 4 vettori $\mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v_4} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ in $\mathbf{R^3}$. Il sottospazio

$$U =< \mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}, \mathbf{v_3}, \mathbf{v_4} >\subset \mathbf{R^3}$$

ha dimensione

A) 0;
B) 2 (corretta);
C) 3;
D) 1.

(Vale 3 punti)

6. Le equazioni cartesiane del sottospazio $U \subset \mathbf{R^3}$ dell'esercizio precedente sono date da:

A) $x - z = 0$ (corretta);
B) $x - z = 0$ e $y = 0$;
C) $x + z = 0$;
D) $x + z = 0$ e $y = 0$.

(Vale 3 punti)

7. Dire per quali valori del parametro reale t il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x - ty + z = 0 \\ x - y + 2tz = 0 \\ x - ty + z = 2t \end{cases}$$

è compatibile ed amette un numero finito di soluzioni?

A) $t = 0$;
B) nessuno (corretta);
C) $t \neq 0$;
D) $t = 1$.

(Vale 3 punti)

8. Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ definita da $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Il vettore $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$:

A) appartiene al nucleo di f;
B) appartiene all'immagine di f;
C) ha per immagine il vettore $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ (corretta);
D) è immagine del vettore $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(Vale 3 punti)

9. Sia data l'applicazione lineare $g : \mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ definita da $g\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Gli autovalori di g sono dati da:

A) $\lambda_0 = -1$, $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = -3$ con molteplicità algebrica 1;
B) $\lambda_0 = 0$ con molteplicit'a algebrica 2 e $\lambda_1 = 2$ con molteplicità algebrica 1;
C) $\lambda_0 = 0$, $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = -3$ con molteplicità algebrica 1 (corretta);
D) $\lambda_0 = 0$, $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 3$ con molteplicità algebrica 1.

(Vale 3 punti)

10. Dire quali dei seguenti vettori è una autovettore per l'endomorfismo g dell'esercizio precedente:

A) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$;
B) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (corretta);
C) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$;
D) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(Vale 3 punti)