

Esame online (key: dWfvGJ) tramite la piattaforma Exam.net e durante Zoom meeting ID 977 9748 9950, password 4Rf4gF di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Presidente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 7 luglio 2020.

E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a due colonne e 10 righe. Nella prima colonna inserire il numero della domande e nella seconda la risposta corretta per ciascuna domanda. Ciascuna domanda vale 3 punti se corretta, 0 se sbagliata.

1. È data l'equazione

$$w^2 = \frac{-2}{i\sqrt{2}}(i - \sqrt{3}).$$

Quali dei seguenti numeri complessi è soluzione?

- A) $w = \sqrt{8}e^{\frac{7\pi i}{6}}$;
- B) $w = \sqrt{2}\sqrt{\sqrt{2}}e^{\frac{2\pi i}{3}}$; (risposta esatta)
- C) nessuna delle altre risposte;
- D) $w = \sqrt{2}\sqrt{\sqrt{2}}e^{\frac{5\pi i}{12}}$.

(Vale 3 punti)

2. La somma dei seguenti numeri complessi $z = -2i\frac{(i-1)}{-i}$ e $w = 2e^{\frac{\pi i}{3}}$?

- A) $z = 1 + \sqrt{3} - 2i$;
- B) $z = 1 + (2 - \sqrt{3})i$;
- C) $z = -1 + (2 + \sqrt{3})i$; (risposta esatta)
- D) nessuna delle precedenti risposte.

(Vale 3 punti)

3 Si dica per quali valori di λ l'applicazione lineare $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 1 & 3 \\ 0 & \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ é iniettiva:

- A) $\lambda = 2$;
- B) $\lambda = 1$;
- C) $\lambda \neq 0$;
- D) $\lambda \neq 2$. (risposta esatta)

(Vale 3 punti)

4 È data la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. La sua inversa è data da:

A) $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$;

B) $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} \end{pmatrix}$;

C) $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{-1}{4} \end{pmatrix}$; (risposta esatta)

D) $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} \\ 0 & \frac{-3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$. (Vale 3 punti)

5. Sono dati 4 vettori $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ in \mathbf{R}^4 . Il

sottospazio

$$U = \langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \rangle \subset \mathbf{R}^4$$

ha dimensione

- A) 0;
 B) 2;
 C) 3;
 D) 4. (risposta esatta)
 (Vale 3 punti)

6. Sono dati in \mathbf{R}^3 i due piani $\pi : x + z = 0$ e $\Lambda : x - y = 0$. Quale delle seguenti affermazioni è vera:

A) I due piani si intersecano solo nell'origine.

B) Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ appartiene all'unione dei due piani; (risposta esatta)

C) Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ non appartiene all'unione dei due piani;

D) Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ appartiene all'intersezione dei due piani;

(Vale 3 punti)

7. Dire se esistono valori del parametro reale t per i quali sistema lineare

$$\begin{cases} x - ty + z = -2 \\ x - y + 2tz = 2 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

è compatibile ed ammette infinite soluzioni?

- A) $t = 0$;
- B) nessuno; (risposta esatta)
- C) $t \neq 0$;
- D) $t = 1$.

(Vale 3 punti)

8. Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$ definita da $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$.

Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A) f è non diagonalizzabile su \mathbf{R} e su \mathbf{C} ;
- B) $\lambda = 1$ è un autovalore di f ;
- C) f è diagonalizzabile su \mathbf{C} ma non su \mathbf{R} ; (risposta esatta)
- D) f non ha autovalori.

(Vale 3 punti)

9. Sia data l'applicazione lineare f dell'esercizio precedente. Quali delle seguenti affermazioni vera:

- A) $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{5-\sqrt{85}}{6} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è un autovettore di f ;
- B) $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{5+\sqrt{85}}{6} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ è un autovettore di f ; (risposta esatta)
- C) f non ha autovettori;
- D) $\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{5+\sqrt{85}}{6} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ è un autovettore di f ;

(Vale 3 punti)

10. Sia data l'applicazione lineare $g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da $g \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

L'immagine del piano $\pi_z : z = 0$ è:

- A) è il piano di equazione $x - 3y - z = 0$. (risposta esatta)
- B) è la retta di equazione $x + y - z = x = 0$.
- C) è il piano di equazione $x + y - z = 0$.
- D) l'origine.

(Vale 3 punti)