

Seconda prova **dedicata agli studenti ammessi con riserva**, erogata tramite la piattaforma Exam.net, di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Docente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 22/02/2021.

Lo studente ha a disposizione 40 minuti. E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a due colonne e 4 righe. Nella prima colonna inserire il numero della domande e nella seconda la risposta corretta per ciascuna domanda. Ciascuna domanda vale 1 punto se corretta, 0 se sbagliata.

1. Per quali valori del parametro reale t il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ t \\ -3 \end{pmatrix}$ è combinazione lineare dei vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ t \end{pmatrix}?$$

(Vale 1 punto)

2. Dire quanto vale il rango della seguente matrice $\begin{pmatrix} t & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2t & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ al variare del parametro

t reale.

(Vale 1 punto)

3. Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di f .

(Vale 1 punto)

4. Sia f l'applicazione lineare dell'esercizio precedente. Scrivere le equazioni cartesiane del nucleo di f .

(Vale 1 punto)

Seconda prova **dedicata agli studenti ammessi con sufficienza piena**, erogata tramite la piattaforma Exam.net, di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Docente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 22/02/2021.

Lo studente ha a disposizione 40 minuti. E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a due colonne e 3 righe. Nella prima colonna inserire il numero della domande e nella seconda la risposta corretta per ciascuna domanda. Ciascuna domanda vale 1 o 2 punti se corretta, 0 se sbagliata.

1. Siano U e W due sottospazi di uno spazio vettoriale V su un campo k . Dire quale delle seguenti affermazioni vera:

- A) $U \cap W$ è un sottospazio vettoriale;
- B) $U \cup W$ è un sottospazio vettoriale;
- C) nessuna delle precedenti risposte.

(Vale 1 punto)

2. Siano $f : \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}$ e $g : \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}$ due endomorfismi di uno spazio vettoriale V e sia $gf : \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}$ l'endomorfismo composto, definito da $gf(\mathbf{v}) = g(f(\mathbf{v}))$, per ogni $v \in \mathbf{V}$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A) se \mathbf{v} è un autovettore di f allora \mathbf{v} è un autovettore di gf ;
- B) se \mathbf{v} è un autovettore di gf allora \mathbf{v} è un autovettore di f ;
- C) nessuna delle risposte precedenti.

(Vale 1 punto)

3. Sia $f : \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}$ un endomorfismo di uno spazio vettoriale \mathbf{V} e sia \mathbf{W} un sottospazio vettoriale di \mathbf{V} . Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A) $\dim(f(\mathbf{W})) \leq \dim(\mathbf{W})$;
- B) $f(\mathbf{W}) \subseteq \mathbf{W}$;
- C) nessuna delle risposte precedenti.

(Vale 1 punto)

4. Per quali valori del parametro reale t il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ t \\ -3 \end{pmatrix}$ è combinazione lineare dei vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ t \end{pmatrix}?$$

(Vale 1 punto)