

Esame online tramite la piattaforma Exam.net di Algebra Lineare e Geometria per il Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica, UNICAL, Docente: Dott.ssa Concettina Galati, Data: 12/02/2021. E' vietato consultare libri o appunti, nonché l'uso di calcolatori scientifici. Scrivere le risposte direttamente su pc, nello spazio bianco a disposizione usando la tastiera. In particolare, scrivere Nome, Cognome e Matricola. Poi per ciascuna domanda scrivere la risposta esatta, in modo chiaro. È consigliato (ma non obbligatorio) creare, usando la barra degli strumenti in alto a destra, una tabella a due colonne e 10 righe. Nella prima colonna inserire il numero della domande e nella seconda la risposta corretta per ciascuna domanda. Ciascuna domanda vale 3 punti se corretta, 0 se sbagliata.

1. Quali dei seguenti numeri complessi é soluzione dell'equazione

$$w^5 + 3e^{\frac{2\pi i}{3}} w^2 = 0?$$

- A) $w = \sqrt{3}e^{\frac{2\pi i}{9}}$;
B) $w = 3^{\frac{1}{3}}e^{\frac{2\pi i}{9}}$;
C) $w = 3^{\frac{1}{3}}e^{\frac{17\pi i}{9}}$;
D) nessuna delle altre risposte.

(Vale 3 punti)

2. Il prodotto dei seguenti numeri complessi $z = \sqrt{3} + 2i$ e $w = 2^{\frac{1}{3}} - i$ vale:

- A) $zw = 108^{\frac{1}{6}} + 2 - (\sqrt{3} - 2(2)^{\frac{1}{3}})i$;
B) $zw = 6^{\frac{1}{6}} + 2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})i$;
C) $zw = 6^{\frac{1}{6}} + 2 - (\sqrt{3} - 2(2)^{\frac{1}{3}})i$;
D) nessuna delle precedenti risposte.

(Vale 3 punti)

- 3 Per quali valori del parametro reale k l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$ definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -k & 0 & 0 \\ 0 & 1+k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1+k & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$$

è invertibile?

- A) $k \neq 0$;
B) $k \neq -1, 3$;
C) $k = -1, 3$;
D) nessuna delle precedenti risposte.

(Vale 3 punti)

4 È data la matrice $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. La matrice $B^2 = BB$ vale:

A) $B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

B) nessuna delle altre risposte;

C) $B^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;

D) $B^2 = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

(Vale 3 punti)

5. Sono dati 3 vettori $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ in \mathbf{R}^4 . Dire quali dei seguenti

vettori appartiene allo spazio generato $\langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3 \rangle$:

A) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$; B) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; C) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$; D) nessuno dei precedenti.

(Vale 3 punti)

6. Sono dati in \mathbf{R}^4 , con coordinate cartesiane (x, y, z, w) , i due sottospazi $\Pi : x - y - 2tz = 0$ e $\Lambda : x - ty = 0$. Quanto vale la dimensione dell'intersezione $\Pi \cap \Lambda$ al variare del parametro reale t ?

(Vale 3 punti)

7. Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Calcolare dimensione ed equazioni cartesiane del nucleo di f .

(Vale 3 punti)

8. Data l'applicazione lineare dell'esercizio 7, calcolare la dimensione e le equazioni cartesiane dell'immagine di f .

(Vale 3 punti)

9. Data l'applicazione lineare dell'esercizio 7, calcolare gli autovalori di f e dire se f è diagonalizzabile.

(Vale 3 punti)

10. Data l'applicazione lineare dell'esercizio 7, calcolare le equazioni cartesiane dell'immagine tramite f del piano $H : x + y - z = 0$.

(Vale 3 punti)