

Programma del Corso di  
**ANALISI MATEMATICA I**

(Corso di Laurea in Matematica)

A.A. 2010-2011

**Elementi di Teoria degli Insiemi.**

Numeri naturali, interi e razionali. Il sistema dei numeri reali. Relazioni d'equivalenza e relazioni d'ordine. Estremo superiore ed inferiore. Richiami su potenze, logaritmi ed esponenziali. Richiami di trigonometria piana. Numeri complessi: forma algebrica e trigonometrica. Radici n-sime di un numero complesso. Applicazioni iniettive, suriettive e biettive. Funzioni elementari e loro inverse. Funzioni composte.

**Successioni.**

Successioni limitate. Teorema di unicità del limite. Successioni divergenti. Operazioni sui limiti. Esistenza dei limiti per successioni monotone. Criterio del rapporto per le successioni. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Somme e simbolo di sommatoria. Successioni di Cauchy. Equivalenza tra l'essere di Cauchy ed essere convergente. Definizione di  $\liminf$  e  $\limsup$ . Proprietà di  $\liminf$  e  $\limsup$ .

**Funzioni Reali di Variabile Reale: Limiti.**

Funzioni reali di variabile reale. Limiti delle funzioni reali di variabile reale. Teorema di Weierstrass. Operazioni sui limiti. Limiti notevoli. Criterio di convergenza di Cauchy. Limiti di funzioni monotone. Asintoti.

**Le Funzioni Continue di una Variabile Reale.**

La definizione di continuità. Classificazione delle discontinuità. Discontinuità di funzioni monotone. Teorema della permanenza del segno. Teorema della continuità della funzione composta. Teorema di Weierstrass. Teorema di Bolzano (o degli zeri). Conseguenze del Teorema di Bolzano. Definizione di uniforme continuità. Teorema di Heine-Cantor. Continuità della funzione inversa.

**Derivate delle Funzioni Reali di una Variabile Reale.**

Definizione di derivata e significati geometrico e fisico. Derivate di alcune funzioni elementari. Legami tra derivabilità e continuità: esempi e contro esempi. Regole di derivazione.

**I Teoremi Fondamentali del Calcolo Differenziale. Prime Applicazioni.**

Massimi e Minimi Relativi. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy. Conseguenze del Teorema di Lagrange. Funzioni crescenti e decrescenti. I teoremi di L'Hospital ed applicazioni. La formula di Taylor, resti di Peano e di Lagrange. Sviluppi di funzioni elementari ed uso della formula di Taylor nel calcolo dei limiti. Classificazione dei punti critici tramite il segno delle derivate successive.

Convessità di una funzione e sue caratterizzazioni. Studio del grafico qualitativo di una funzione.

### **Le Serie Numeriche.**

Definizione di serie numerica. Criterio di convergenza di Cauchy per le serie. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Maggiorante e minorante di una serie a termini positivi. Criterio del confronto per le serie. Serie armonica generalizzata. Criterio della radice per le serie. Criterio del rapporto per le serie. Convergenza assoluta di una serie. Serie a segni alterni.

Testi consigliati:

C. Sbordone e P. Marcellini, *Analisi Matematica Uno*, Liguori Editore, 2011.

J. P. Cecconi e G. Stampacchia, *Analisi Matematica Vol. I*, Liguori Editore, 1974.