

RISULTATI DELLA PROVA SCRITTA DI OGGI, 1 FEBBRAIO 2024 PER IL CORSO DI MATEMATICA A BIOLOGIA

Di seguito i compiti scritti di oggi, 10 luglio 2023, con
le soluzioni

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{ix+2}{x+2i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +2 e -2

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{n+\pi} - \pi}{e^{n+\pi}} = e^\pi$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = (x+1)^3 \sqrt[3]{x^2}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume di una tazza ottenuta dalla rotazione attorno all'asse y dell'arco parabolico $y = x^2$ con x in $[0, 1]$

Risposte: $\pi/2$

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum \left((2n)^{\frac{1}{n^2}} - 1 \right)$

SOL es.14 pag 56 CP, CONV

Esercizio 6 (3 punti) Si trovi la soluzione generale dell'eq. diff. $(1+x^2)y' + xy = (1+x^2)^{-1}$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.5, $y(x) = \frac{c}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$

Risposte: $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ punto di min, (0,0) punto di sella,

Esercizio 8 (5 punti) Dare una funzione continua e positiva f definita in $[1, +\infty[$ tale che l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ diverge, mentre la serie $\sum f(n)$ converge.

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL
Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{-ix+2}{-x+2i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +2 e -2

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{n+\pi-2\pi}}{e^{n+2\pi}} = e^\pi$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = (2x+1)^3 \sqrt[3]{4x^2}$ e tracciarne il grafico più accurato possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^2$, $y = 0$ e $x = 1$

Risposte: $\pi/5$,

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum \frac{(\sqrt{2})^n (n+1)!}{n^{n+3}}$

SOL es 15 CP pag 58. CONV

Esercizio 6 (3 punti) Si trovi la soluzione generale dell'eq. diff. $y' = \frac{ny}{t+1} + e^t(t+1)^n$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.5, $y(t) = (t+1)^n(c + e^t)$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - y^3 - xy$

Risposta $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ punto di max

Esercizio 8 (5 punti) Sia data $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da: $f(0) = 1$, ed $f(x) = 1 + \cos^2 \frac{1}{x}$ se $x \neq 0$.

Studiare il carattere della serie

$$\sum (-1)^n \int_{-\frac{1}{n}}^{\frac{1}{n}} f(x) dx$$

Sol SOL es 152 CP pag 356. CONV

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL
Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{3ix+2}{3x+2i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +2/3 e -2/3

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{n-\pi+\pi}}{e^{n+\pi}} = e^\pi$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = (3x+1)^3 \sqrt[3]{9x^2}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$, compresa fra $x = 0$ e $x = 1$

Risposte: $\frac{3\pi}{10}$,

Esercizio 5 (3 punti) La serie $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$ è convergente? E' assolutamente convergente?

SOL: SI, NO es.16 CP pag, 59

Esercizio 6 (3 punti) Si trovi la soluzione generale dell'eq. diff. $(1 - t^2)y' - ty - ty^2 = 0$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.7, $y(t) = \frac{1}{c\sqrt{|1-t^2|}-1}$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = 4y^4 - 16x^2y + x$

Risposte $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ punto di sella

Esercizio 8 (5 punti) Studiare, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum (n^3 + n + 1) \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^n$$

Sol SOL es 163 CP pag 376. CONV per $x < 1/2$ diverge per tutti gli altri x diversi da 1

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI

LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{-3ix+2}{-3x+2i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL $+2/3$ e $-2/3$

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{n+\pi-4\pi}}{e^{n+5\pi}} = e^\pi$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = 1 + \frac{x^2+4}{(x-1)^2}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4. (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla regione piana delimitata da $y = x(2-x)$, $y=0$, $x \in [0, 2]$ che ruota attorno all'asse x

Risposte: $16\pi/15$,

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum \frac{2n \sin \frac{1}{3n}}{n+2}$

SOL div, es 17 CP pag 61.

Esercizio 6 (3 punti) Si trovi la soluzione generale in forma implicita dell'eq. diff. $t(1+y^2)y' = 3$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.10, $y(t) = \frac{1}{k} e^{\frac{y}{3} + \frac{y^3}{9}}$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = 2(x^2 + y^2 + 1) - (x^4 + y^4)$

SOL $(0,0)$ punto di min, $(0, \mp 1)$ e $(\mp 1, 0)$ punti di sella, $(1, \mp 1)$ e $(-1, \mp 1)$ punti di max

Esercizio 8 (5 punti) Studiare, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{2\operatorname{sen}^2 x}{x} dx$$

SOL es 142 CP pag 327. DIVERGE

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{2ix+1}{2x+i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +1/2 e -1/2

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^{n+e} - e}{\pi^{n+e}} = \pi^e$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = 1 + \frac{(x+1)^2+4}{x^2}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla regione piana delimitata da $y = x(2-x)$, $y = 0$, $x \in [0, 2]$ che ruota attorno all'asse y

Risposte: $8\pi/3$,

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\lg(\lg n))^3}$ (Suggerimento: si può provare ad applicare il criterio di condensazione)

SOL DIV, es 19 pag 63 CP

Esercizio 6 (3 punti) Si trovi la soluzione generale dell'eq. diff. $ye^{2t}dt - (1 + e^{2t})dy = 0$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.10, $y(t) = k\sqrt{1 + e^{2t}}$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$

SOL MS20 (0,0) max

Esercizio 8 (5 punti) Si dimostri che esiste $\lim_n \operatorname{sen}(nx)$ solo per $x=k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, vale a dire bisogna dimostrare che se x non è uguale a $k\pi$, il limite non esiste.

SOL. Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 23.10, pag 132. Sol. Pag.153.

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{3ix+1}{3x+i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL $1/3$ e $-1/3$

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^{n+1}-e}{\pi^n+e} = \pi$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = 1 + \frac{(x-1)^2+4}{(x-2)^2}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla regione piana delimitata da $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = 2$, $x = 0$ e $x = 1$ che ruota attorno all'asse x

Risposte: $\frac{15}{4}\pi - \frac{1}{8}\pi^2$,

Esercizio 5 (3 punti) La serie $\sum (-1)^n \sin \frac{2n}{3n^2+1}$ converge? Converte assolutamente?

SOL Si, No Es.20 CP pag. 64

Esercizio 6 (3 punti) Si integri la seguente equa. diff. $y' = -y \cot gx + 2 \cos x$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.17, $y(x) = \frac{1}{\sin x} (c - \frac{1}{2} \cos 2x)$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$
Risposte: $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ punto di min, $(0,0)$ punto di sella,

Esercizio 8 (5 punti) Dimostrare che per $a, b \in \mathbb{R}_+$ si ha $\lim_n \sqrt[n]{a^n + b^n} = \max\{a, b\}$

SOL Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 25.1, pag 140. Sol. Pag.158.

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{-3ix+1}{-3x+i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL $+2$ e -2

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^{n+2}-e}{\pi^n+e} = \pi^2$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = \log \frac{1}{x^2-2x+2}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^2$, $y = 0$ e $x = 1$

Risposte: $\pi/5$

Esercizio 5 (3 punti) Trovare la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 4^n}{5^n}$

SOL -10/3, es 21 CP, pag 67

Esercizio 6 (3 punti) Esercizio 6 (3 punti) Si integri la seguente equa. diff. $y' = \frac{2x}{1+x^2}y + xy^3$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.17, $y(x) = \pm(1+x^2)\left(c - \frac{1+x^2}{3}\right)^{-1/2}$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare i punti critici della funzione $f(x, y) = (x - y)e^{-(x^2 + y^2)}$

SOL. Marcell. Sbord. Eserc. Mat. 2° vol parte seconda pag.20 (1/2, -1/2) max, (-1/2, 1/2) min

Esercizio 8 (5 punti) Calcolare $\lim_n \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$

SOL Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 25.4, pag 140. Sol. Pag.159.

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{ix+3}{x+3i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +2 e -2

Esercizio 2. (2 punti) Si dimostri, applicando la definizione di limite, che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^{n-\pi} - e}{\pi^{n+e}} = 1/\pi^\pi$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = \log \frac{1}{x^2+1}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$, compresa fra $x = 0$ e $x = 1$

Risposte: $3\pi/10$,

Esercizio 5 (3 punti) La serie $\sum (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{3n}\right)$ converge? E' assolutamente convergente?

SOL Si, Si Es 22 CP, pag 68

Esercizio 6 (3 punti) Esercizio 6 (3 punti) Si integri la seguente equa. diff. $y' = \frac{2xy}{x^2-1}$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.17, $y(x) = k(x^2 - 1), k \in \mathbb{R}$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare i punti critici, cioè i punti in cui si annullano entrambe le derivate parziali, della funzione $(x^2 + xy + y^2)e^{x+2y}$

SOL. Marcell. Sbord. Eserc. Mat. 2° vol parte seconda pag.22, (0,0) e (0,-1)

Esercizio 8 (5 punti) Provare che ogni successione reale possiede una sottosuccessione monotona.

SOL Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 30.5, pag 146. Sol. Pag.168.

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{-ix+3}{-x+3i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +3 e -3

Esercizio 2. (2 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{\pi}(1+\pi x)}{x}$

SOL $\pi \log_{\pi} e$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = \log \frac{1}{x^2-6x+10}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^3$ e $y = \sqrt{x}$, compresa fra $x = 0$ e $x = 1$

Risposte: ?

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\sum_{k=2}^n \frac{1}{k} \right)^n$

SOL DIV, Es 23 CP pag 70

Esercizio 6 (3 punti) Si integri la seguente equa. diff. $y' = y \tan x + \sin x$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.22, $y(x) =$

$$\frac{1}{\cos x} \left(c + \frac{(\sin x)^2}{2} \right)$$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare i punti critici, cioè i punti in cui si annullano entrambe le derivate parziali, della funzione $(x^2 + xy + 2y^2)e^{x+y}$

SOL. Marcell. Sbord. Eserc. Mat. 2° vol parte seconda pag.22, (0,0) e (-3/2, -1/2)

Esercizio 8 (5 punti) Esibire un esempio in cui $\limsup (a_n + b_n) < \limsup a_n + \limsup b_n$

SOL Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 30.6, pag 147. Sol. Pag.158.

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI
LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{ix+4}{x+4i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +4 e -4

Esercizio 2. (2 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{\pi}(1+2\pi x)}{x}$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = \arcsen\left(\frac{2}{x} - 1\right)$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^4$ e $y = \sqrt{x}$, compresa fra $x = 0$ e $x = 1$

Risposte: ?

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum \frac{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}$

SOL Div, Es 24 CP pag 70

Esercizio 6 (3 punti) Si integri la seguente equa. diff. $y' = \frac{2}{t}y + \frac{t-1}{t}$

SOL Salsa-Squellati esercizi di anal mat 2 parte terza equa diff ord. pag.22, $y(t) = ct^2 - t - \frac{1}{2}$

Esercizio 7 (3 punti) Determinare i punti di max e min per $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2+y^2}$

SOL. Marcell. Sbord. Eserc. Mat. 2° vol parte seconda pag.23 (0,0) sella

Esercizio 8 (5 punti) Provare che per ogni polinomio di grado pari $P(x) = a_0x^n + \dots + a_o$ in cui sia $a_n a_o < 0$, l'equazione $P(x) = 0$ ha almeno due soluzioni reali.

SOL Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 41.9, pag 197. Sol. Pag. 211

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{-ix+4}{-x+4i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL +4 e -4

Esercizio 2. (2 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{\pi}(1+\pi x)}{2x}$

SOL $(\pi/2) \log_{\pi} e$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = (x^2 + x)e^{-x}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^5$ e $y = \sqrt{x}$, compresa fra $x = 0$ e $x = 1$

Risposte: ?

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum \left(e^{\frac{1}{n}} - \frac{3n}{3n+2}\right)$

SOL DIV, Es 25, CP, pag 71

Esercizio 6. (3 punti) Risolvere il problema di Cauchy $y' = \begin{cases} \frac{(x+1)y}{x} + x(1-x) \\ y(1) = e \end{cases}$

RISPOSTA: $y(x) = (e-1)xe^{x-1} + x^2$

Esercizio 7 (3 punti) Trovare i p.ti di max e min relativi per la funzione $2x^2y + 2xy^2 - x^2y^2 - 4xy$

SOL. Marcell. Sbord. Eserc. Mat. 2° vol parte seconda pag. 23, 4 selle: (0,0), (2,0), (0,2), (2,2); Min (1,1)

Esercizio 8 (5 punti) Provare che la funzione $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$ è uniformemente continua su $\mathbb{R}_+$

SOL. Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 42.1, pag 198. Sol. Pag. 212

Prof. Giuseppe Marino

A.A. 2022-2023

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL

Da completare in max 120 minuti

Corso di Laurea in Matematica e Corso di Laurea in Fisica

NOME E COGNOME _____ MATR _____ CORSO DI LAUREA _____

Esercizio 1 (2 punti) Si determinino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{2ix+4}{2x+4i}$ ha parte immaginaria nulla.

SOL $+1/2$ e $-1/2$

Esercizio 2. (2 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{\pi}(1+3\pi x)}{2x}$

SOL $(3\pi/2) \log_{\pi} e$

Esercizio 3. (9 punti) Studiare la funzione $f(x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x-1}$ e tracciarne il grafico il più accuratamente possibile

Esercizio 4 (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno all'asse x della regione delimitata da $y = x^5$ e $y = \sqrt{x}$, compresa fra $x = 0$ e $x = 1$

Risposte: ?

Esercizio 5 (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum \frac{1}{\sinh(3n)}$

SOL Conv, Es 27 CP pag. 74.

Esercizio 6 (3 punti) Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale $y' = -\frac{2}{x}y + \frac{\sin 4x}{x^2}$

RISPOSTA $y(x) = \frac{-\cos 4x + c}{4x^2}$

Esercizio 7 (3 punti) Trovare i p.ti di max e min relativi per la funzione

$$f(x, y) = \log(1 + |xy(x^2 + y^2 - 1)|)$$

SOL (1/2, 1/2) max. Preso da <https://www.youmath.it/forum/analisi-2n/29650-punti-di-massimo-minimo-e-di-sella-funzioni-in-due-variabili.html>

Esercizio 8 (5 punti) Trovare un esempio di una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ invertibile ma non monotona in nessun intervallo di $\mathbb{R}$

SOL. Cecconi, Piccinini, Stampacchia, Esercizi e Problemi di Anal Mat 1, es. 43.3, pag 200. Sol. Pag. 213

News

Risultati prova scritta di Anal. Mat 1 di oggi,

16.6.2023

FISICI che hanno superato la prova scritta:

- Ylenia Mara Guzzi
- Serena Cutrì
- Aurora Barbieri
- Giuseppe Surace
- Roberta Alfarano

MATEMATICI che hanno superato la prova scritta:

- Paolo Calabrese
- Angela Amodeo
- Giacomo Lorelli
- Pierantonio Pettinato
-

News

Risultati prova scritta di Anal. Mat 1 di oggi,

16.2.2023

FISICI che hanno superato la prova scritta:

- Rossella Cilione
- Matteo Mellino
- Vincenzo Fusca
- Paolo Vittorio Mauro
- Teresa Armentano
- Alfredo Marra
- Giuseppe Accurso

Matematici che hanno superato la prova scritta:

- Valeria Pileggi
- Luciana Giordano
- Francesca Fragomene
- Michele Vincenzo Branca
- Gianmarco Bonina
- Marco Torcaso
- Estr Runca
- Silvia Pizzichemi
- Francesca Bagnato
- Martin De Tursi
- Umberto Troglio
- Fatima De Caro
- Marzia Cavaliere

**Risultati prova scritta di Anal. Mat 1 di oggi,
27.1.2023**

FISICI che hanno superato la prova scritta:

- Rossella Maria Lecce
- Francesco A. Greco
- Adrian Jesùs Garcia Llanes
- Claudia Gatti
- Gian Marco Rizzo
- Francesca Pia De Giovanni
- Arturi Francesco Carmelo

MATEMATICI che hanno superato la prova scritta:

- Francesco Ordenio
- Adalgisa Ferraro
- Rosario Dardano
- Davide Masi
- Rermo E. Valsecchi
- Danilo Cutrì
-

A.A. 2022/23

**CORSO DI ANALISI MATEMATICA 1
PER I CORSI DI LAUREA IN MATEMATICA E FISICA
I° semestre, 12 crediti
Prof. Giuseppe Marino**

COMMISSIONE D'ESAME

Presidente: Giuseppe MARINO

Membri: Luigi Muglia, Vittorio Colao, Filomena Cianciaruso, Gennaro Infante, Francesco Esposito

MODALITA' E DATE DEGLI ESAMI

In conformità al Calendario Accademico del Dipartimento di Matematica e Informatica, e al Calendario Accademico del Dipartimento di Fisica, ci saranno 5 appelli d'esame, 2 appelli ordinari fra Gennaio e Febbraio e 3 appelli di recupero, ordinariamente a Giugno, Luglio e Settembre

1^ APPELLO Venerdì 27 Gennaio 2023 ore 9,

2^ APPELLO Giovedì 16 Febbraio 2023 ore 9

3^ APPELLO Ven 16 Giugno 2023 ore 9, aula Consolidata 32C1

4^ APPELLO 10 Luglio 2023 ore 9, aula Consolidata 32C1

5^ APPELLO 11 Settembre ore 9, aula Consolidata 32C1

Anche quest'anno dovrebbero esserci inoltre due Sessioni Straordinarie riservate solo agli studenti fuori corso: La prima a Ottobre-Novembre e la seconda a Marzo-Aprile.

VADEMECUM PER SOSTENERE BENE L'ESAME SCRITTO QUALORA SI FACCIA IN PRESENZA:

1. VENIRE MUNITI DI UN NUMERO CONSIDEREVOLE DI FOGLI DI PROTOCOLLO A QUADRETTI.
2. VENIRE MUNITI DI UN PAIO DI PENNE.
3. ANDARE AL BAGNO PRIMA CHE COMINCI LA PROVA SCRITTA. CHI HA BISOGNO DI ANDARE AL BAGNO OGNI ORA DEVE MUNIRSI DI APPOSTITO CERTIFICATO MEDICO.
4. LA PROVA SCRITTA E' DIVERSA PER OGNI STUDENTE.
PRESENTARSI PER CERCARE DI COPIARE FA SOLO PERDERE TEMPO A CHI LO FA E A ME
(E QUEST'ULTIMA COSA E' MOLTO FASTIDIOSA!!!)
5. L'orale si sosterrà, di norma, il pomeriggio dello stesso giorno in cui in mattinata si è

sostenuta la prova scritta o al più il giorno successivo.

6. Chi non ha superato la prova scritta potrà prendere visione del compito alla fine dello svolgimento degli orali, non prima né dopo. Il giorno dopo i compiti verranno cestinati.

**VADEMECUM PER SOSTENERE BENE L'ESAME SCRITTO
QUALORA SI FACCIA DA REMOTO:**

IL COMPITO SCRITTO SARA' COMPOSTO DA 8
DOMANDE A RISPOSTA CHIUSA

L'orale si sosterrà, di norma, il pomeriggio
dello stesso giorno in cui in mattinata si è
sostenuta la prova scritta.

**NON E' POSSIBILE CONSERVARE LA PROVA
SCRITTA DA UN APPELLO ALL'ALTRO.**

Per poter sostenere gli esami e' obbligatoria la prenotazione col sistema di
registrazione ESSE3

Gli esami saranno costituiti da una prova scritta seguita da una orale.

La prova scritta è superata se si ottiene un voto maggiore o uguale a 18 trentesimi.

PROVA SCRITTA

Considero molto importante una giusta autovalutazione. Così, SOLO PER LA PRIMA VOLTA CHE UNO STUDENTE AFFRONTA LA PROVA SCRITTA E LA SUPERA, OTTIENE UN BONUS DI 2 PUNTI (ATTENZIONE, LEGGERE BENE: PER AVERE IL BONUS DI TRE PUNTI LA PROVA SCRITTA DEV'ESSERE SUPERATA, OSSIA LO STUDENTE DEVE AVER CONSEGUITO ALMENO 18 SENZA IL BONUS!!!)

LO STUDENTE CHE NON SUPERA LA PROVA SCRITTA LA PRIMA VOLTA CHE SI PRESENTA, PERDE IL BONUS.

IL BONUS E' UN PREMIO PER CHI SA AUTOVALUTARSI.

La prova scritta è costituita da 8 esercizi:

- Un esercizio di geometria analitica o di disequazioni o inf e sup o numeri complessi (**max 2 punti**)
- Un limite, o di successione o di funzione (**max 2 punti**)
- Studio di una funzione (**max 9 punti**)
- Calcolo di un'area o di un volume di rotazione o un integrale (**max 3 punti**)
- Studio del carattere di una serie numerica (**max 3 punti**)
- Un problema di Cauchy per un'equazione differenziale del primo o del secondo ordine (**max 3 punti**)
- Ricerca di punti di max e min per una funzione di due variabili (**max 3 punti**)
- Un esercizio a sorpresa (**max 5 punti**)

PROVA ORALE

Nella prova orale lo studente sarà invitato ad esporre due teoremi **estratti a sorte** dalla Commissione, uno della prima parte del corso e uno della seconda parte. A partire da tali risultati faranno seguito le domande della commissione.

L'esame è strutturato in modo che uno studente che ha seguito il corso e studiato regolarmente cogliendo il significato dei concetti e dei risultati esposti, lo possa superare senza difficoltà.

.....

ELENCO DEI TEOREMI CHE VERRANNO ESTRATTI NELL'ESAME ORALE RIGUARDANTI LA PRIMA PARTE DEL CORSO

TEOREMA 1. L'AX del sup e l'AX di completezza sono equivalenti.

Teorema 2. Teorema fondamentale sulle relazioni di equivalenza (Ricoprimento disgiunto)

Teo 3. $x \equiv_p y \text{ mod } p$ sse x e y hanno lo stesso resto nella divisione per p .

Teo 4. La definizione di somma $[x]+[y] := [x+y]$ è ben posta, cioè non dipende dai rappresentanti. Stessa cosa per la definizione di prodotto $[x] [y] = [xy]$.

Lemma 5 (Lemma della Concordia) X, Y insiemi. $f: X \rightarrow Y$ e $g: Y \rightarrow X$ funzioni. Allora esistono $\{X_1, X_2\}$ e $\{Y_1, Y_2\}$ partizioni di X e Y rispettivamente tali che $f(X_1) = Y_1$ e $g(Y_2) = X_2$

Teo 6. (Teorema di Cantor-Schröder-Bernstein) La cardinalità $\leq$ è una relazione d'ordine, in particolare se esiste un'applicazione iniettiva da X in Y e una iniettiva da Y in X allora esiste una funzione biunivoca fra X e Y .

Teorema 7 (Metodo della diagonale di Cantor). Non può esistere nessuna funzione suriettiva da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{R}$

Teorema 8: Teorema di Cantor-Bernstein : un insieme non è mai equipotente al suo insieme delle parti.

Teorema 9: Disuguaglianza di Bernoulli $1 + x^n \geq 1 + nx, \forall x \geq -1, \forall n \in \mathbb{N}$

Teorema 10: Principio Fondamentale del Calcolo Combinatorio

Teorema 11: Permutazioni semplici e con ripetizione

Teorema 12. Disposizioni semplici e con ripetizione

Teorema 13. Combinazioni semplici $C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Teorema 14. $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ e $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

Teo 15. Dimostrazione della formula delle Combinazioni con ripetizione $C_{n,k}^r = \binom{n+k-1}{k}$

Teorema 16. Sviluppo del binomio di Newton, $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Teorema 17. Formula di De Moivre $[\rho(\cos\alpha + i\sin\alpha)]^n = \rho^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$

Teorema 18. I teoremi sui limiti di successioni con le operazioni aritmetiche.

Teorema 19: Teorema della permanenza del segno.

Corollario 20: $[a_n \rightarrow l, a_n \geq 0] \Rightarrow l \geq 0$

Corollario 21. $[a_n \rightarrow l_1, b_n \rightarrow l_2, a_n \geq b_n] \Rightarrow l_1 \geq l_2$

Corollario 22. $[a_n \leq b_n, a_n \rightarrow +\infty] \Rightarrow [b_n \rightarrow +\infty]$

Teorema 23. (Teorema dei Carabinieri)

Proposizione 24.: $a_n \rightarrow 0 \text{ sse } |a_n| \rightarrow 0$

Proposizione 25. Il limite di una successione nn cambia se si cambiano o si trascurano un numero finito di termini.

Teorema 26: Teorema del limite di una successione limitata per una infinitesima

Teorema 27. $\lim a^n$

Teorema 28. $\lim \sqrt[n]{a} = 1$

Teorema 29. $\lim \sqrt[n]{n^b} = 1 \forall b \in \mathbb{R}$

Teorema 30. $a_n \rightarrow 0 \Rightarrow \sin a_n = 0$

Teorema 31. $a_n \rightarrow 0 \Rightarrow \cos a_n = 1$

Teorema 32. $a_n \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\sin a_n}{a_n} \rightarrow 1$

Teorema 33. $a_n \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\cos a_n}{a_n^2} \rightarrow \frac{1}{2}$

Teo 34. Proprietà di Archimede.

Teo 35. Densità di Q in R.

Teo 36. Lemma di densità di $\exp(\mathbb{Q})$ in $\mathbb{R}_+$.

Teo 37. Corollario:

Teo 38. Caratterizzazione, in $\mathbb{Q}$, di $\exp(x)$ come $\exp(x) = \sup \{ \exp(y) : y < x, y \in \mathbb{Q} \}$ per base >1 .

Teo 39. Per $a > 1$ ($a < 1$) $\exp$ è strett. crescente (decrescente) e suriettiva da $\mathbb{R}$ su $\mathbb{R}_+$

Teorema 40: Teorema fondamentale sulle successioni monotone: Ogni successione monotona è regolare.

Teorema 41: Applicazione del Teorema Fondamentale sulle Successioni Monotone: convergenza al numero "e" della successione $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Teorema 42: Criterio del rapporto per le successioni: Sia a_n una succ. a termini positivi: Allora

$$\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = l \begin{cases} < 1 \Rightarrow a_n \rightarrow 0 \\ > 1 \Rightarrow a_n \rightarrow +\infty \\ = 1 \Rightarrow ??? \end{cases}$$

Teorema 43: Se una successione è regolare, tutte le sue sottosuccessioni sono regolari e hanno sempre lo stesso limite.

Teorema 44: Se una successione non è regolare, esistono almeno due sottosuccessioni che convergono ad almeno due limiti distinti

Teorema 45: Applicazione del Teorema Fondamentale sulle Successioni Monotone: convergenza al numero "e" delle successioni

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, \left(1 + \frac{1}{a_n}\right)^{a_n} \text{ con } a_n \rightarrow +\infty, \left(1 + \frac{1}{a_n}\right)^{a_n} \text{ con } a_n \rightarrow -\infty$$

Teorema 46: Convergenza ad $\exp(x)$ delle successioni $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n, \left(1 + \frac{x}{a_n}\right)^{a_n}$, con $a_n \rightarrow \pm\infty$

Teorema 47. Criterio di convergenza di Cauchy

Teorema 48: Principio di sostituzione degli infinitesimi per le successioni

Teorema 49: Principio di sostituzione degli infiniti per le successioni

Teorema 50. Il termine generale di una serie convergente è infinitesimo.

Teorema 51. Il carattere di una serie non cambia modificando un numero finito di termini.

Teorema 52: Criterio di Cauchy per le serie.

Teorema 53. Criteri di confronto. Criterio di condensazione

Teorema 54: Criterio della radice

Teorema 55: Criterio del rapporto

Teorema 56: Criterio di Leibnitz per le serie a segno alterno.

ELENCO DEI TEOREMI CHE VERRANNO ESTRATTI NELL'ESAME ORALE RIGUARDANTI LA SECONDA PARTE DEL CORSO

Teorema 57: Operazioni con i limiti di funzioni.

Teorema 58: Teorema Ponte

Teorema 59 della permanenza del segno per funzioni continue.

Teorema 60 di Esistenza degli Zeri.

Teorema 61: Primo teorema dell'esistenza dei valori intermedi.

Teorema 62: Criterio di invertibilità per funzioni continue e monotone.

Teorema 63: Teorema di Weierstrass

Teorema 64: Secondo Teorema dell'esistenza dei valori intermedi.

Teorema 65: Criterio di invertibilità per funzioni continue e monotone.

Teorema 66: Teorema sul limite delle funzioni monotone.

Teorema 67: ulteriori limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \lg a, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(1+x)}{x} = 1, \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^p - 1}{h} = p,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\lg x)^p}{x^q} = 0 \quad \forall p \in \mathbb{R}, q > 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^q [\lg x]^p = 0 \quad \forall p \in \mathbb{R}, q > 0,$$

Teorema 68. Composizione di funzioni continue è continua

Teorema 69. Tutte le funzioni elementari sono continue nei loro domini di definizione

Teorema 70 (di Cantor) Ogni funzione continua definita su un intervallo chiuso e limitato è uniformemente continua.

Teorema 71. Ogni funzione lipschitziana è uniformemente continua.

Teorema 72. Composizione di funzioni derivabile è derivabile.

Teorema 73. Teorema di derivabilità della funzione inversa: se f è derivabile ed invertibile, anche l'inversa è derivabile e $D(f^{-1})(fx_0) = \frac{1}{D(f)(x_0)}$

Teorema 74. Primo Teorema di Fermat.

Teorema 75. Secondo Teorema di Fermat

Teorema 76. Teorema di Rolle

Teorema 77. Teorema di Lagrange.

Teorema 78. Criterio di monotonia: Sia f continua su $[a,b]$ e derivabile in (a,b) : Allora $f' \geq 0$ sse f è crescente in $[a,b]$

Teorema 79. Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo: f è costante in $[a,b]$ sse è derivabile e $f'=0$ in $[a,b]$

Teorema 80. Criterio di stretta monotonia.

Teorema 81. Criterio di convessità per funzioni derivabili 2 volte

ECCO ORA UN PAIO DI PROVE SCRITTE CHE SONO STATE DATE NELL'A.A. 2021/22.

Prof. Giuseppe Marino e Francesco Esposito
 PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL 11.7.2022
 PER GLI STUDENTI DI MATEMATICA E FISICA
 Da completare in max 120 minuti

Esercizio 1 (2 punti) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme S dei numeri complessi z tali che

$$||z - i| - i| \leq \sqrt{2}$$

dove $|w|$ indica il modulo del numero complesso w .

RISPOSTA

Esercizio 2.1 (2 punti) Sia E l'insieme definito da $E = \mathbb{N} \cup \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} \in \mathbb{N}\right\}$. Trovare l'insieme derivato $D(E)$ (vale a dire l'insieme dei punti di accumulazione di E), $\inf E^c$ e $\sup E^c$ (Ricordare che E^c è il complementare di E)

RISPOSTA

Esercizio 2.2 (2 punti) La tabella seguente riporta i valori in alcuni punti delle funzioni $f(x)$, $g(x)$ e delle loro derivate $f'(x)$ e $g'(x)$

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
-3	4	1	4	-4
-2	0	-3	5	-2
-1	4	5	6	0
0	1	3	1	-2
1	-2	-3	-1	-2

2	1	3	-3	1
3	-4	-6	-2	4

-

- Si calcoli nel punto $x_0 = 1$ la derivata di $f(g(x))$ e la derivata di $(f/g)(x)$

RISPOSTA

Esercizio 3 (9 punti) Sia data la funzione $x^3 \lg x^\pi$. Determinare

(Es 3.1) (1 punto) $\text{Dom}(f)$ e il segno di f .

RISPOSTA

(Es. 3.2) (1 punto) I limiti agli estremi del dominio di f

RISPOSTA:

(Es. 3.3) (1 punto) la derivata prima f'

RISPOSTA:

(Es 3.4) (1 punto) I limiti di f' agli estremi del dominio

RISPOSTA

(Es 3.5) (1 punto) I punti di annullamento e i segni di f' :

RISPOSTA

(Es 3.6) (1 punto) la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

RISPOSTA:

(Es 3.7) (2 punti) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{Dom}(f)$ dell'equazione $f(x) = t$ al variare di t in $\mathbb{R}$.

RISPOSTA

(Es 3.8) (1 punto) Disegnare il grafico di f più accuratamente possibile

ESERCIZIO 4 (3 punti) Determinare $\int \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$

RISPOSTA

ESERCIZIO 5 (3 punti) Determinare il volume di una tazza ottenuta dalla rotazione attorno all'asse y dell'arco parabolico $y = x^2$ con x in $[0, 1]$

RISPOSTA

ESERCIZIO 6 (3 PUNTI) Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale $y' = -\frac{2}{x}y + \frac{\sin 4x}{x^2}$

RISPOSTA

ESERCIZIO 7 (3 PUNTI) Determinare la natura dei punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$

RISPOSTA:

ESERCIZIO 8. (3 punti) Studiare, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^x}{(3n)!}$

RISPOSTA:

Esercizio 1 (3 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi^{2x} - 1}{3x}$

Esercizio 2 (3 punti). Si determini l'insieme degli $y \in \mathbb{R}$ tali che l'equazione

$$f(x) = 4 \arcsin(1 - \lg(x - 1)) = y$$
 ammette una soluzione $x \in \text{Dom}(f)$.

Esercizio 3 (9 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 + e^{-2x} - 2}{x}$$

Si determinino:

(ES 3.1) (1 punto) Il dominio e le eventuali simmetrie

(ES 3.2) (1 punto) I limiti agli estremi

(ES 3.3) (1 punto) La derivata prima di f .

(ES 3.4) (1 punto) Segno di f' .

(ES 3.5) (1 punto) Monotonia di f ed estremi relativi e assoluti

(ES 3.6) (1 punto) Si determinino gli asintoti di f .

(ES 3.7) (1 punto) Si provi che f ammette almeno due zeri.

(ES 3.8) (2 punti) Si disegni il grafico di f più accuratamente possibile.

Esercizio 4. (3 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \int_x^{2x} \sin(t^2) dt$.

Determinare: (a) $f'(x)$, (b) $f''(x)$, (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$

Esercizio 5. (3 punti) Determinare il volume del solido generato dalla regione piana delimitata da $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = 2$, $x = 0$ e $x = 1$ che ruota attorno all'asse x

Esercizio 6. (3 punti) Studiare il carattere della serie $\sum_1^\infty e^{1/n} - \frac{3n}{3n+2}$

Esercizio 7. (3 punti) Risolvere il problema di Cauchy $y' = \begin{cases} \frac{(x+1)y}{x} + x(1-x) \\ y(1) = e \end{cases}$

Esercizio 8. (3 punti) Determinare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x, y) = 2(x^2 + y^2 + 1) - (x^4 + y^4)$$