Università della Calabria

Corso di Laurea in Ingegneria A.A. 2013-2014

Algebra Lineare e Geometria

L. Paladino

Foglio di esercizi n.1

4.1. Scrivere la matrice $A \in M^{m\times n}(\mathbb{R})$ tale che

$a_{11} = 1$; $a_{1j} = 0$, se $i \neq j$; $a_{21} = 2$; $a_{22} = a_{12}$; $a_{23} = 1$; $a_{24} = a_{12} + a_{23}$; $a_{31} = 0$; $a_{32} = 5$; $a_{33} = 6$; $a_{34} = 1$.

4.2. Scrivere la matrice riga R_1 e la matrice colonna C_2 della matrice A precedente. È possibile calcolare $R_1 \cdot C_2$ e $C_2 \cdot R_1$? Perché?

4.3. Scrivere una matrice diagonale con 5 righe e 5 colonne.

4.4. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & 10 \\ 5 & 8 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ e sia $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. Calcolare, se possibile, $A + B$, $B - A$, $2A$, $-3B$, AB, BA, $-3AB$.

4.5. Sia A come nell'esercizio precedente e sia $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 16 & 2 \\ 2 & -4 & 3 & 11 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

Calcolare, se possibile, $A + B$, $A - B$, $B - A$, AB, BA, $-5AB$.

4.6. Sia $A = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ e sia $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$. Calcolare, se possibile, AB e BA.

4.7. Per quali matrici $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ vale l'uguaglianza $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

4.8. Trovare una matrice che commuti con la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

4.9. Ridurre le seguenti matrici in forma a gradini e in forma a gradini ridotta

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 16 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 0 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

4.10. Calcolare l'inversa della matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & -4 \\ 2 & 6 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.