Università della Calabria

Corso di Laurea in Ingegneria A.A. 2013-2014

Algebra Lineare e Geometria

L. Paladino

Foglio di esercizi n.5

5.1. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare rappresentata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

e siano $b_1 = \{(1, 0, -1), (1, 1, 1), (2, 1, -1)\}$ e $b_2 = \{(1, 0, 3), (4, 2, 4), (3, -3, 1)\}$.

1) Dire se b_1 e b_2 formano due basi di $\mathbb{R}^3$.

2) Calcolare la matrice $[I]^e_{b_1}$ del cambiamento di coordinate dalla base b_1 alla base canonica e di $\mathbb{R}^3$ e calcolare la matrice $[I]^{b_1}_e$ del cambiamento di coordinate da e a b_1.

3) Calcolare $[I]^{b_1}_{b_2}$;

4) Calcolare $[f]^{b_1}_e$, $[f]^e_{b_1}$, $[f]^{b_1}_{b_1}$ e $[f]^{b_1}_{b2}$.

5.2. Sia

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Trovare gli autovalori di A. Per ciascun autovalore trovare gli autovettori e l'autospazio ad esso relativi. La matrice A è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$? E su $\mathbb{C}$?

5.3. Dire per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ la matrice

$$A_h = \begin{pmatrix} 1-h & 2 & 1 \\ h & 1-h & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile. Diagonalizzare A_h per ogni $h \in \mathbb{R}$ per cui è possibile.

5.4. Per ciascuna delle seguenti matrici trovare gli autovalori, gli autovettori, gli autospazi e le molteplicità algebriche e geometriche di ciascun autovalore. Dire se le matrici sono diagonalizzabili e in caso affermativo diagonalizzarle.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix}$$