

Università della Calabria
Corso di Laurea in Ingegneria Civile A.A. 2013-2014

Algebra Lineare e Geometria

L. Paladino

Foglio di esercizi n.7

7.1 In \mathbb{R}^3 , trovare il piano che passa per $P = (-1, 2, 3)$ ed ortogonale alla retta

$$l: \begin{cases} x = \sqrt{2}\lambda \\ y = 0, \\ z = -\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

7.2 In \mathbb{R}^3 , trovare l'equazione parametrica e l'equazione cartesiana del piano che passa per $P = (1, 0, 0)$ e contiene la retta

$$r: \begin{cases} x = 7 + 3\lambda \\ y = 1 - 2\lambda, \\ z = -\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

7.3 Trovare il fascio di piani paralleli al piano di equazione $2x-3y+z=0$. Tra essi trovare il piano che passa per il punto $P=(-1,0,1)$.

7.4 Trovare il fascio di piani che passano per $P = (0, 1, 2)$. Tra essi trovare il piano parallelo alle rette

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 0, \\ z = 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad l: \begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 3 + 3\lambda, \\ z = 3 - \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

7.5 Dire qual è la posizione reciproca dei due piani π_1 e π_2 e trovare la loro intersezione.

a) $\pi_1 : 3x - 2y = 5$; $\pi_2 : 3x - 2y + 5z = 0$.

b) $\pi_1 : x - \sqrt{17}y - \sqrt{2}z = 7$; $\pi_2 : \frac{\sqrt{34}}{34}x - \sqrt{2}y - \sqrt{17}z + 7 = 0$.

c) $\pi_1 : x - y + 13z = 2$; $\pi_2 : 3x - 3\sqrt{2}y - 39z - 6 = 0$.

7.6 Trovare il fascio di rette passanti per $P = (2, -2, 1)$. Tra esse trovare la retta ortogonale al piano di equazione

$$\pi : \begin{cases} x = 2\lambda - 2\mu \\ y = 1 + \lambda + \mu, \\ z = 6 - \mu \end{cases} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

7.7 Trovare il fascio di rette parallele alla retta

$$s : \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = 2\lambda, \\ z = 6 - \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Tra esse trovare la retta che passa per l'origine degli assi.

7.8 In \mathbb{R}^3 trovare il sottospazio affine che contiene $P = (3, 1, 0)$ e tutte le rette ortogonali a

$$s : \begin{cases} x = 5\lambda \\ y = 8 + 7\lambda, \\ z = 9 - 3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

7.9 In \mathbb{R}^3 trovare la distanza tra i punti P_1 e P_2 .

- a) $P_1 = (-3, 2, 5)$ e $P_2 = (5, -6, 1)$;
- b) $P_1 = (-1, 2, 2)$ e $P_2 = (3, -6, 1)$;
- c) $P_1 = (0, 1, 3)$ e $P_2 = (2\sqrt{2}, -1, 1)$.

7.10 In \mathbb{R}^3 dire se il punto $P = (3, 2, 4)$ appartiene alla retta r e trovare la distanza tra P e r .

$$\text{a) } r : \begin{cases} x = -\lambda \\ y = 2 - 2\lambda, \\ z = 1 + 5\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} ;$$

$$\text{a) } r : \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 4\lambda, \\ z = 9 - 10\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} .$$

7.11 In \mathbb{R}^3 dire qual è la posizione reciproca delle rette l_1 e l_2 e trovare la loro distanza.

$$\text{a) } l_1 : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = 1 + 5\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ; \quad l_2 : \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 4\lambda \\ z = 9 - 10\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ;$$

$$\text{b) } l_1 : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = 1 + 5\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ; \quad l_2 : \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 2 - 4\lambda \\ z = 5\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ;$$

$$\text{c) } l_1 : \begin{cases} x = \frac{9}{5} - \lambda \\ y = \frac{4}{5} - 2\lambda \\ z = 1 + 5\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ; \quad l_2 : \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 2 - 4\lambda \\ z = 5\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ;$$

$$\text{d) } l_1 : \begin{cases} x = \frac{9}{5} - \lambda \\ y = \frac{4}{5} - \lambda \\ z = 1 + 5\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ; \quad l_2 : \begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = 3\lambda \\ z = 5 - 15\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R} ;$$

7.12 Trovare la distanza tra i piani π_1 e π_2 dell'esercizio **7.8 a)**, **7.8 b)** e **7.8 c)**.

7.13 Trovare la distanza tra il piano $\pi : 3x + 3y - 3z = 3$ e il punto $P = (1, 1, -1)$.

7.14 Dire qual è la posizione reciproca della retta $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = 2 + 4\lambda \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$ e del piano π , trovare la loro intersezione e la loro distanza.

a) $\pi : x + 2y + 3z = 1$;

b) $\pi : 17x + 4y - z + 1 = 0$;

c) $\pi : 13x + 4y - z + 2 = 0$.

7.15 Trovare l'equazione parametrica del piano $\pi : 2x - 2y + 4z = 1$.

7.16 Trovare l'equazione cartesiana del piano

$$\pi : \begin{cases} x = 1 + 3\lambda - \mu \\ y = 2 + 2\lambda + 2\mu \\ z = \lambda - \mu \end{cases}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

7.17 Trovare l'equazione parametrica della retta

$$r : \begin{cases} x + y = 2z \\ x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

7.18 Trovare l'equazione cartesiana della retta

$$r : \begin{cases} x = 2 - \frac{1}{2}\lambda \\ y = \frac{1}{2} + \lambda, \\ z = 1 - 3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$