

A.A. 2020/2021
Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Corso di Algebra Lineare e Geometria

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 2

Risolvere i seguenti esercizi

1. Calcolare le seguenti espressioni in \mathbb{C}

1.1 $i + (3i - 2)(1 - 4i) + (i + 3)^2 - (i + 1)^{-1}$

1.2 $(4i - 2)(4i + 2) + (i - 3)^3 - (1 - 2i)^{-1} + 4 + 6i - 3i(2 - i)$

1.3 $-1 - 4i + (1 + 2i)^2 + 2(2 + i) + 2i^{-1}$

2. Scrivere la matrice $A \in M^{m \times n}(\mathbb{R})$ tale che

$$a_{11} = 1; a_{1j} = 0, \text{ se } i \neq j; a_{21} = 2; a_{22} = a_{12}; a_{23} = 1; a_{24} = a_{12} + a_{23};$$
$$a_{31} = 0; a_{32} = 5; a_{33} = 6; a_{34} = 1;$$

e dire a cosa sono uguali m e n .

3. Scrivere la matrice riga R_1 e la matrice colonna C_2 della matrice A precedente. È possibile calcolare $R_1 \cdot C_2$ e $C_2 \cdot R_1$? Perché?

4. Scrivere una matrice diagonale con 4 righe e 4 colonne.

4.1 Scrivere una matrice diagonale con 4 righe e 4 colonne.

4.2 Scrivere una matrice triangolare superiore con 3 righe e 3 colonne.

4.3 Scrivere una matrice triangolare inferiore con 2 righe e 2 colonne.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & 10 \\ 5 & 8 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ e sia $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. Calcolare, se

possibile, $A + B$, $B - A$, $2A$, $-3B$, AB , BA , $-3AB$.

6. Sia A come nell'esercizio precedente e sia $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 16 & 2 \\ 2 & -4 & 3 & 11 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

Calcolare, se possibile, $A + B$, $A - B$, $B - A$, AB , BA , $-5AB$.

7. Sia $A = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ e sia $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$. Calcolare, se possi-

bile, AB e BA .

8. Per quali matrici $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ vale l'uguaglianza $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

9. Calcolare, se possibile, AB e BA

9.1 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;

9.2 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$;

9.3 $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$;

9.4 $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$;

9.5 $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$;

$$9.6 \quad A = \begin{pmatrix} i & 2 \\ 1 & 2i \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1+i & i \\ -2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$9.7 \quad A = \begin{pmatrix} 1-i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1+i & 1 \\ -1 & i \end{pmatrix}.$$

10. Trovare una matrice che commuti con la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

11. Ridurre le seguenti matrici in forma a gradini e in forma a gradini ridotta e calcolarne il rango

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 10 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -4 & 2 \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} i & 2i & 0 & 0 \\ -i & -2i+1 & i & i \\ 0 & i & -1 & -1 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} i-1 & i-1 & 2 & 0 \\ i+1 & i+1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

12. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, trovare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} k-2 & 2 & k & k-2 \\ 2-k & -2 & 0 & 0 \\ k-2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} k & -1 & k \\ 2k & -2 & 2k \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & k & k \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} k & k-1 & k-2 \\ k & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & k \\ 2 & 4 & -4 & 2 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} k & k & 0 & k \\ 1 & -1 & 1 & K \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & k \end{pmatrix}.$$