Università della Calabria

Corso di Laurea in Ingegneria A.A. 2020-2021

Algebra Lineare e Geometria

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 4

4.1. Al variare di k in $\mathbb{R}$, risolvere il sistema lineare $A_kX = B_k$, usando il teorema di Cramer.

4.1.1 $A_k = \begin{pmatrix} 2k-1 & 2 & 1 \\ 2k-1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};$

4.1.2 $A_k = \begin{pmatrix} k-2 & 2 & 2 \\ 2k-1 & -1 & 1 \\ k & k-2 & k \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; B_k = \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ k-1 \end{pmatrix};$

4.1.3 $A = \begin{pmatrix} 0 & k-1 & 0 & 0 \\ k-1 & 0 & k & k \\ k-1 & 1 & 1 & 0 \\ 2k-2 & k & -1 & 1 \end{pmatrix} .; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3k \\ k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

4.2. Al variare di $k, h \in \mathbb{R}$ risolvere il seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} (k-1)x + 2hy + 2hz = h \\ (h-1)x + 2hy + 2kz = h \\ kx = 0 \end{cases}$$

4.3 Trovare il determinante delle seguenti matrici riducendole con il metodo di eliminazione di Gauss e usando i determinanti delle matrici elementari e il teorema di Binet

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 3 & 3 \\ -2 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

4.4 Trovare le inverse delle seguenti matrici con il metodo dei cofattori

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}.$$

4.5. In $\mathbb{R}^3$ dire quali dei seguenti sottinsiemi è un sottospazio vettoriale

1) $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y - 2z = 0\}$

2) $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 - y^2 = 0\}$

3) $W_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = -3\}$

4) $W_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y = \sin x, z = 0\}$;

5) $W_5 = \{(x, x^2, 0) | x \in \mathbb{R}\}$;

6) $W_6 = \{(x, x, -x) | x \in \mathbb{R}\}$;

7) $W_7 = \{(x, x^3, x) | x \in \mathbb{R}\}$;

8 $W_8 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y + z = 0, x - y = 0, x + 2z = 0\}$;

9 $W_9 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y = 0, 2x - y = 0, x + z = 0\}$;

10 $W_{10} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y = 0, 2x - y + 2 = 0, x + z - 1 = 0\}$.

4.6. In $\mathbb{C}^2$ dire quali dei seguenti sottinsiemi è un sottospazio vettoriale

1) $W_1 = \{(x, y) \in \mathbb{C}^2 | x = y\}$;

2) $W_2 = \{(0, a + ib) | a, b \in \mathbb{R}\}$;

2) $W_2 = \{(0, a + ib) | a, b \in \mathbb{R}, a - b = 1\}$;

2) $W_2 = \{(x, y) \in \mathbb{C}^2 | x - y = 1\}$.

4.7. Dire quali dei seguenti sottinsiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale dato

1) $\mathbb{N}$ in $\mathbb{R}$;

2) $\mathbb{R}$ in $\mathbb{C}$;

3) $\mathbb{Z}^2$ in $\mathbb{R}^2$;

4) $W = \{A \in M^{n\times n}(\mathbb{R}) | A$ è diagonale $\}$ in $M^{n\times n}(\mathbb{R})$;

5) $W = \{A \in M^{n\times n}(\mathbb{R}) | A$ è triangolare superiore $\}$ in $M^{n\times n}(\mathbb{R})$;

6) $W = \{A \in M^{n\times n}(\mathbb{R}) | A$ è simmetrica $\}$ in $M^{n\times n}(\mathbb{R})$.