Università della Calabria

Corso di Laurea in Chimica

Matematica di Base - Parte B

L. Paladino

Foglio di esercizi n.3

3.1. Per ciascuna delle seguenti matrici, calcolare il determinante, dire se è invertibile e in caso affermativo calcolare la sua inversa.

$$\begin{pmatrix} -\sqrt{3} \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 11 & 7 \\ 18 & -3 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix};\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 11 \\ 3 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

3.2. Risolvere i seguenti sistemi lineari

$$\textbf{a)} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases};$$

$$\textbf{b)} \begin{cases} 2x - 2y + z + 4t = 0 \\ x - y - 4z + 2t = 0 \\ -x + y + 3z - 2t = 0 \\ 3x - 3y + z + 6t = 0 \end{cases}.$$

3.3. Calcolare l'inversa della matrice A e risolvere il sistema $AX = B$.

$$\textbf{a)}\ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix};\ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\textbf{b)}\ A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};\ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3.4. Discutere il numero di soluzioni dei seguenti sistemi lineari al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

a) $$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y - 2z = 0 \\ 3x - y + 2z = -1 \\ x - y + z = k \end{cases};$$

b) $$\begin{cases} kx - y + z + k^2 t = 0 \\ 2x + (1-k)y + 2kz - 2t = -2k \\ x + y - z + kt = 1 \end{cases};$$

c) $$\begin{cases} 2kx - ky + kz + 2kt = 0 \\ 2kx + (1-2k)y + z + 2t = -k \\ x - y + z + 2t = -k \end{cases};$$

d) $$\begin{pmatrix} k-1 & 2 & 2 & k \\ k-1 & k & k & k \\ 2k-2 & k+2 & 2 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{pmatrix};$$

e) $$\begin{pmatrix} 2k & 2 & k-1 \\ k & 1 & -1 \\ 2k & 2 & (k-1) \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k^2-1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

3.5. Risolvere i seguenti sistemi lineari al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

a) $$\begin{pmatrix} k-2 & 2k-4 & k^2-4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix};$$

b) $$\begin{pmatrix} k & 0 & 2k & 1 \\ 0 & 0 & k & 0 \\ 2 & k & 1 & -k \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

c) $$\begin{pmatrix} k & k-1 & -2k & k^2 & 1 \\ 3 & 3k & 6 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -k \end{pmatrix};$$

3.6. Discutere il numero di soluzioni del seguente sistema, al variare dei parametri h e k in $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} -hx + y + z = 2 \\ x - y = -1 \\ hx - 2y - 2z = k \end{cases}$$