Università della Calabria

Corso di Laurea in Chimica - A.A. 2015-2016

Matematica - Parte B

L. Paladino

Foglio di esercizi n.4

4.1. In $\mathbb{R}^3$ dire quali dei seguenti sottinsiemi è un sottospazio vettoriale

1) $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y - 2z = 0\}$;

2) $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 - y^2 = 0\}$;

3) $W_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = -3\}$;

4) $W_4 = \{(x, y^2, 0) | x, y \in \mathbb{R}\}$.

4.2. In $\mathbb{C}^2$ dire quali dei seguenti sottinsiemi è un sottospazio vettoriale

1) $W_1 = \{(x, -x) | x \in \mathbb{C}\}$;

2) $W_2 = \{(0, a + ib) | a, b \in \mathbb{R}, a - b = 1\}$;

3) $W_2 = \{(x, y) \in \mathbb{C}^2 | x - y = i\}$.

4.3. Dimostrare che l'insieme delle matrici antisimmetriche è un sottospazio vettoriale di $M_{n\times n}(\mathbb{K})$.

4.4. Dire se i seguenti vettori di V sono linearmente indipendenti oppure linearmente dipendenti. Inoltre dire se generano V.

1) $(1, 2, 3, 4); (1, -1, 5, 7); (-1, 4, -7, -10); (1, 0, 0, 1)$ in $\mathbb{R}^4$;

2) $(1, -1, 1, -1, 1); (-1, 1, -1, 1, 1)$ in $\mathbb{R}^5$;

3) 1;2; 3 in $\mathbb{R}$;

4) $1; i$ in $\mathbb{C}$.

4.5. Trovare una base e la dimensione dei sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$ definiti dalle seguenti equazioni.

1) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3y - 4z = 0 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$

3) $2x = 0$;

4) $x + y = 0$.

4.6. Trovare una base e la dimensione dei sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ definiti dalle seguenti equazioni.

1) $\begin{cases} x + y - z + 2t = 0 \\ 2x - 2z + t = 0 \\ x - 2y + t = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} -3x + y - 2z + 4t = 0 \\ 2x - +2z - t = 0 \\ x - y - 3t = 0 \end{cases}$

3) $-15x = 0$;

4) $x - 2y + 3t - 4z = 0$.

4.7. Dire per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ i vettori $v_1 = (h-1, 2h)$ e $v_2 = (1-h, 2)$ sono linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^2$.

4.8. Dire per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ i vettori $v_1 = (h-1, h, h-1)$, $v_2 = (3, 1, h)$ e $v_3 = (h-2, 2, 1)$ sono linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^3$.

4.9. Si considerino i sottospazi vettoriali W_1 e W_2 di $\mathbb{R}^3$ definiti rispettivamente dai sistemi omogenei

$$W_1 : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$W_2 : \begin{cases} x - z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

Calcolare una base e la dimensione di W_1, W_2 e $W_1 + W_2$. Dire se $W_1 + W_2$ è una somma diretta.

4.10. Sia W il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ tale che $W =< (1, 0, 2, 1), (2, 2, -2, 3) >$. Dire per quale valore di $k \in R$, il vettore $v_k = (k + 1, k, 0, 2k)$ appartiene a W.

4.11. Sia W il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ definito da $W : x - 3y + z = 0$. Dire per quale valore di $k \in R$, il vettore $v_k = (k - 1, -k, 2k)$ appartiene a W_1.