**Università della Calabria**

**Corso di Laurea in Chimica - A. A. 2015-2016**


## *Matematica - Parte B*


L. Paladino


### Foglio di esercizi n.2

**2.1.** **a)** Scrivere la matrice $A \in M^{m\times n}(\mathbb{R})$ tale che

$a_{11} = 1$; $a_{1j} = 0$, se $i \neq j$; $a_{21} = 2$; $a_{22} = a_{12}$; $a_{23} = 1$; $a_{24} = a_{12} + a_{23}$; $a_{31} = 0$; $a_{32} = 5$; $a_{33} = 6$; $a_{34} = 1$.

**b)** Scrivere $A^T$.

**c)** $A$ è simmetrica? Perché?

**2.2.** Scrivere la matrice riga $R_1$ e la matrice colonna $C_2$ della matrice $A$ precedente. È possibile calcolare $R_1 \cdot C_2$ e $C_2 \cdot R_1$? Perché?

**2.3.** Scrivere una matrice diagonale con 5 righe e 5 colonne.

**2.4.** Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & 10 \\ 5 & 8 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ e sia $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. Calcolare, se possibile, $A+B$, $B-A$, $2A$, $-3B$, $AB$, $BA$, $-3AB$.

**2.5.** Sia $A$ come nell'esercizio precedente e sia $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 16 & 2 \\ 2 & -4 & 3 & 11 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

Calcolare, se possibile, $A+B$, $A-B$, $B-A$, $AB$, $BA$, $-5AB$.

**2.6.** Sia $A = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ e sia $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$. Calcolare, se possibile, $AB$ e $BA$.

**2.7.** Ridurre le seguenti matrici in forma a gradini e in forma a gradini ridotta

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 16 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \; E = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

**2.8.** Per quali matrici $A, B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ vale l'uguaglianza $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

**2.9.** Trovare una matrice che commuti con la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

**2.10.** Provare a dimostrare il seguente asserto

$A \in M_{n\times n}(\mathbb{K})$ *è invertibile se e solo se è prodotto di matrici elementari.*

(Suggerimento: Partire dall'osservazione che se $A$ è invertibile, allora la sua forma ridotta è $I_n$ e quindi esistono $E_1, ..., E_s$ matrici elementari, dove $s \in \mathbb{N}$, tali che $E_s \cdot E_{s-1} \cdot ...E_2 \cdot E_1 \cdot A = I_n$.)