

A.A. 2012/2013

Corso di Laurea in Matematica
Geometria Proiettiva, Curve e Superfici

Esame scritto del 16-09-2013
Parte di geometria proiettiva

Primo esercizio di geometria proiettiva. (8 punti)

a) (6 punti) In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ sia \mathcal{I} la quadrica di equazione

$$x_0x_1 + x_0x_2 + x_0x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 0$$

a.1) Scrivere \mathcal{I} in forma canonica.

a.2) Per ogni $i \in \{0, 1, 2, 3\}$, sia j_i^{-1} l'isomorfismo canonico tra

$$U_i = \{(x_0, x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{P}^3(\mathbb{R}) \mid x_i \neq 0\}$$

e \mathbb{R}^3 . Trovare l'immagine $j_2^{-1}(\mathcal{I})$ e scriverla in forma canonica.

b) (2 punti) Disegnare la quadrica di equazione $9y^2 + 4z^2 - x = 0$ in \mathbb{R}^3 .

Spazio per la costruzione della risposta.

Secondo esercizio di geometria proiettiva. (8 punti)

a) In $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$, siano

$$P_1 = [1, i], \quad P_2 = [i, 1], \quad P_3 = [3i, -1],$$

$$Q_1 = [4i - 2, 12i - 2], \quad Q_2 = [2i + 1, 6i + 1], \quad Q_3 = [6i - 1, 18i - 1].$$

Dire se le terne $\{P_1, P_2, P_3\}$ e $\{Q_1, Q_2, Q_3\}$ sono in posizione generale. Dire se esiste una proiettività $\varphi : \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ tale che $\varphi(P_i) = Q_i$, per ogni $i \in \{1, 2, 3\}$. In caso affermativo, trovare φ , dire se è unica e trovare i suoi punti fissi.

Tutte le risposte devono essere giustificate. Buon lavoro!

Spazio per la costruzione della risposta.