

A.A. 2013/2014

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Algebra Lineare e Geometria

Esame scritto del 04-02-2014

Primo esercizio. Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia $T_h : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$\begin{pmatrix} h & h+2 & -1 & 3 \\ h-2 & 1 & h & 2 \\ h & 1 & h & h+2 \\ 0 & 0 & 0 & h-2 \end{pmatrix}.$$

Al variare di h in \mathbb{R} , descrivere il nucleo e l'immagine di T_h , in particolare dicendo qual è la loro dimensione come sottospazi vettoriali e trovando una loro base.

Secondo esercizio. Risolvere il seguente sistema lineare al variare di k in \mathbb{R} :

$$\begin{cases} 2kx - ky + kz + 2kt = 0 \\ 2kx + (1 - 2k)y + z + 2t = -k \\ x - y + z + 2t = -k \end{cases}$$

Terzo esercizio. Trovare autovalori, autovettori e autospazi della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dire se A è diagonalizzabile e in caso affermativo diagonalizzarla. In particolare scrivere, se esiste, una base b diagonalizzante per A e scrivere le matrici che danno i cambiamenti di coordinate tra b e la base canonica di \mathbb{R}^3 .

Quarto esercizio.

a) Scrivere la retta r_1 che passa per $P_1 = (0, 4, -2)$ ed è parallela alla retta

$$l = \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 3\lambda, & \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 17 + 4\lambda \end{cases}$$

b) Scrivere il fascio \mathcal{F} di piani paralleli al piano $\pi_1 : 2x + 3y - z = 2$.
Determinare il piano $\pi_2 \in \mathcal{F}$ che passa per $(-1, 1, 1)$. Il piano π_2 passa per $(0, 0, 0)$?

c) Scrivere la retta r_2 ortogonale a π_1 e passante per il punto $P_2 = (1, 0, 1)$.
Dire qual è la posizione reciproca di r_1 e r_2 e trovare la loro distanza.