

A.A. 2017/2018
Corso di Laurea in Informatica
Precorso di Matematica
Esame del 28-09-2017

Risolvere le seguenti disequazioni in \mathbb{R} :

- 1) $3 < 6^{-2x+1}$;
- 2) $|x + 3| \leq x^2 - 3x - 2$;
- 3) $\frac{2x^3+5x+7}{x^2-3x+1} < 0$;
- 4) $\sqrt{x^2 - 9x - 10} > 2x - 1$;
- 5) $\log(x + 6) + \log(x + 2) - 2 \log(x - 3) \geq 0$;
- 6) $\frac{(3x^2+13x-1) \log(x) |x^2+2| \sqrt{x+2}}{(x+3)e^{-2x}} < 0$;
- 7) $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 < 0$.

Risolvere le seguenti equazioni:

- 8) $\cos x + \cos 2x + 1 = 0$;
- 9) in \mathbb{R} trovare le soluzioni di $2 \sin x + 1 \cos x - 2 = 0$;
- 10) in \mathbb{R}^3 trovare le soluzioni di $x + 2z - 2 = 0$.

Rispondere alla seguenti domande.

- 11) Scrivere gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq \sqrt{3}\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{3} < x < 7\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\}$ sotto forma di intervalli e calcolare $A \cup B$, $A \cap B$, $B \cap C$ e $A \cup C$.

- 12) Dire se la seguente relazione \sim sull'insieme dei numeri interi è una relazione d'equivalenza e in caso affermativo descrivere l'insieme quoziente:

$$a, b \in \mathbb{Z} \quad a \sim b \text{ se e solo se } |a| = |b|,$$

dove $|a|$ indica il valore assoluto di a .

- 13) Dire se la funzione

$$\begin{aligned} f : [-1, 1] &\rightarrow [-1, 1] \\ x &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

è iniettiva e/o suriettiva. Qual è l'insieme delle immagini di f ?

Risolvere i seguenti esercizi di geometria analitica.

- 14) Scrivere l'equazione cartesiana e l'equazione parametrica della retta che passa per i punti $P_1 = (1, -1)$ e $P_2 = (3, 2)$.
- 15) Sia \mathcal{E} l'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 + 6y - 6 = 0$ e sia \mathcal{F} il fascio di rette passanti per $P = (0, 4)$. Dire quali rette di \mathcal{F} sono tangenti, esterne o secanti rispetto ad \mathcal{E} . Nel caso di rette tangenti, trovare i punti di tangenza.