A.A. 2012/2013

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Algebra Lineare e Geometria

Esame scritto del 13-11-2013
Appello straordinario

Primo esercizio. Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia $T_h : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & h & -1 & h \\ -1 & h & 1 & h \\ 0 & 1 & h-1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Al variare di h in $\mathbb{R}$, si descrivano il nucleo e l'immagine di T_h, in particolare dicendo qual la loro dimensione come sottospazi vettoriali e trovando una loro base.

b) Si trovi l'inversa di T_1.

Secondo esercizio. In $\mathbb{R}^3$ si trovi

a) il piano π passante per il punto $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e perpendicolare alla retta $l : \begin{cases} x = 2 + 4\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$.

b) la retta r parallela alla retta $s : \begin{cases} x = -1 + 17\lambda \\ y = 2 - 3\lambda \\ z = 8 + \frac{1}{2}\lambda \end{cases}$ e passante per il punto d'intersezione di l e π.

Terzo esercizio. Dire se esiste una base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ rispetto alla quale l'applicazione lineare rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

risulta diagonale. In caso affermativo trovare B e scrivere la matrice che dà il cambiamento di base dalla base $\mathcal{B}$ alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.