

Università della Calabria
Corso di Laurea in Fisica A.A. 2015-2016

Esercitazioni di Geometria

L. Paladino

Foglio di esercizi n.4

6.1 Date le applicazioni lineari $T_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $T_2 : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definite da

$$T_1(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_1 + 2x_2 - x_3);$$

$$T_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5, -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5, 2x_1 - 3x_5);$$

calcolare, se possibile $T_1 \circ T_2$ e $T_2 \circ T_1$.

6.2 Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia $T_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$\begin{pmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ 2k & k & -k & k-1 \\ k & 1 & -1 & -1 \\ 2k & 2 & -1 & k-1 \end{pmatrix}.$$

Al variare di k in \mathbb{R} , descrivere il nucleo e l'immagine di T_k , in particolare dicendo qual è la loro dimensione come sottospazi vettoriali e trovando una loro base.

6.3 Per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ i vettori $u = (h, h-2)$ e $v = (2, -2+h)$ sono linearmente indipendenti?

6.4 Per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ i vettori $u_1 = (h, 1, 1)$, $u_2 = (0, 2, h)$ e $u_3 = (h-1, 1, 1)$ sono linearmente indipendenti?

6.5 In \mathbb{R}^3 trovare la retta r che passa per $P_1 = (-1, 0, 3)$ e $P_2 = (2, 2, 2)$. Trovare il piano ortogonale a r che passa per l'origine degli assi.

6.6 Sia $l = \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 3\lambda, \\ z = 18 - 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} .$

- a) Trovare la retta r_1 che passa per $P_1 = (0, 0, 0)$ ed è parallela a l ;
- b) trovare le rette che passano per $P_2 = (1, -1, 0)$ e sono perpendicolari a l ;
- c) trovare la retta r_2 che passa per $P_2 = (1, -1, 0)$ ed è perpendicolare e incidente a l .

6.7 Dire qual è la posizione reciproca della retta $l = \begin{cases} x = -1 - 3\lambda \\ y = -2 + \lambda, \\ z = 3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

e la retta

i) $l_1 = \begin{cases} x = -7 + 12\lambda \\ y = -8 - 4\lambda, \\ z = -9 - 12\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

ii) $l_2 = \begin{cases} x = 11 + \lambda \\ y = -6 + \frac{1}{3}\lambda, \\ z = -12 - \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

iii) $l_3 = \begin{cases} x = -18 + 2\lambda \\ y = -1 - \lambda, \\ z = 3 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

iv) $l_4 = \begin{cases} x = -4 + 2\lambda \\ y = -1 - \lambda, \\ z = 3 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

6.8 Dire qual è la posizione reciproca delle rette

a) $r_1 : \begin{cases} 4x + y - 2z = 0 \\ 5x - 2z = 2 \end{cases} ; r_2 : \begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ x - 2y + 6z = 1 \end{cases}$

b) $r_1 : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - z = 2 \end{cases} ; r_2 : \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$

6.8 Trovare il piano π che passa per $P = (0, 0, 3)$ e contiene le rette l_2 ed l_5 dell'esercizio **6.7**.

- 6.9** Trovare il piano π che passa per $P = (0, 0, 3)$ e contiene le rette l_2 ed l_5 dell'esercizio **6.7**.
- 6.10** a) Trovare l'equazioni parametriche e cartesiane del piano π che passa per i punti $P_1 = (0, 0, 0)$, $P_2 = (-1, 3, 17)$ e $P_3 = (1, 2, 18)$.
- b) Trovare il fascio di rette che passano per $(2, 2, 2)$ e sono parallele a pi .
- 6.11** In \mathbb{R}^3 siano $P_1 = (1, 2, -4)$ e $P_2 = (3, 0, 1)$ e sia π il piano di equazione $x - y + 2z = 2$. Trovare
- la stella di piani che passano per P_1 ;
 - la stella di rette che passano per P_2 ;
 - le rette che passano per P_2 e sono parallele a π ;
 - la retta r che passa per P_1 e P_2 ;
 - il fascio di piani che ha per asse la retta r ;
 - il fascio di piani paralleli a π .