

Corso di Laurea in Scienze Geologiche

Corso di Matematica

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 1

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni:

1) $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$;

2) $\sin 2x + 2 \sin x = 0$;

3) $\cos 3x - \cos^3 x = 0$;

4) $-\sin x + \cos x + 2 = 0$;

5) $2 \sin x + \cos x - 2 = 0$;

6) $3 \sin x + 2 \cos x - 2 = 0$;

7) $5 \sin x - 3 \cos x + 3 > 0$

8) $\sin x \cot x \leq 0$;

9) $\sec x + \cos x = 0$;

10) $\csc x - \sin x < 0$;

11) $\tan x \leq 2$;

12) $4 \sin x + 3 \cos x + 2 = 0$.

Risolvere i seguenti esercizi:

- 13) Usando le formule di bisezione, calcolare $\cos \frac{\pi}{8}$ e $\sin \frac{\pi}{8}$. Ricavare il valore di $\tan \frac{\pi}{8}$, $\cot \frac{\pi}{8}$, $\sec \frac{\pi}{8}$ e $\csc \frac{\pi}{8}$.
- 14) Una montagna che ha la forma di un triangolo isoscele, si stende per una lunghezza di 1500 m e ha una pendenza di 30° . Calcolare l'altezza della montagna.
- 15) Una montagna che ha la forma di un triangolo rettangolo si estende per una lunghezza di 1300m. Calcolare la sua altezza, sapendo che la pendenza è di 60° .
- 16) Calcolare le coordinate cartesiane (x, y, z) di un punto geografico che si trova ad una latitudine di 60° e una longitudine di 30° , prendendo come ellissoide di riferimento $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, con $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$ e $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$.
- 17) Calcolare le coordinate cartesiane (x, y, z) di un punto geografico che si trova ad una latitudine di 0° e una longitudine di 45° , prendendo come ellissoide di riferimento $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, con $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$ e $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$.
- 18) Nello spazio rappresentare i punti $P_1 = (1, 2, 3)$ e $P_2 = (-1, 2, 2)$ e calcolarne la distanza.
- 19) Nello spazio rappresentare i punti $P_1 = (3, 2, 0)$ e $P_2 = (-1, -3, 0)$ e calcolarne la distanza.
- 20) Sull'ellissoide di riferimento $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, con $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$ e $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$, si trovano i punti P_1 e P_2 . Il punto P_1 è ad una latitudine di 0° e ad una longitudine di 60° . Il punto P_2 è ad una latitudine di 45° e ad una longitudine di 90° . Calcolare la distanza in linea d'aria tra P_1 e P_2 .
- 21) Sull'ellissoide di riferimento $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, con $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$ e $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$, si trovano i punti P_1 e P_2 . Il punto P_1 è ad una

latitudine di 30° e ad una longitudine di 0° . Il punto P_2 è ad una latitudine di 45° e ad una longitudine di 30° . Calcolare la distanza in linea d'aria tra P_1 e P_2 .

Risolvere i seguenti esercizi:

22) Scrivere l'equazione di una sfera di centro $(0,0,0)$ e raggio 4.

23) Scrivere l'equazione di una sfera di centro $(0,0,0)$ e raggio $2\sqrt{2}$.

24) Disegnare l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$.

25) Disegnare l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$.

26) Disegnare l'ellisse di equazione $4x^2 + 9y^2 = 1$.

27) Disegnare l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

28) Disegnare l'ellisse di equazione $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$.

29) Disegnare l'ellisse di equazione $25x^2 + y^2 = 1$.

30) Disegnare l'ellisse di equazione $x^2 + 25y^2 = 1$.

31) Disegnare l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

32) Disegnare l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$.

33) Disegnare l'iperbole di equazione $4x^2 - 9y^2 = 1$.

34) Disegnare l'iperbole di equazione $\frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{2} = 1$.

35) Disegnare l'iperbole di equazione $\frac{y^2}{9} - x^2 = 1$.

36) Disegnare l'iperbole di equazione $16y^2 - 4x^2 = 1$.

37) Disegnare l'iperbole di equazione $y^2 - x^2 = 4$.

38) Disegnare l'iperbole di equazione $4y^2 - 4x^2 = 1$.

- 39) Disegnare l'iperbole di equazione $xy = 1$.
- 40) Disegnare l'iperbole di equazione $xy = -1$.
- 41) Disegnare l'iperbole di equazione $yx = 4$.
- 42) Scrivere i punti della circonferenza $x^2 + y^2 = 4$ in coordinate polari.
- 43) Scrivere i punti dell'ellisse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ in coordinate polari.

Risolvere i seguenti esercizi

- 44) Dire se la funzione

$$f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow [-1, 1]$$
$$x \mapsto \sin x$$

è iniettiva, suriettiva, biettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

- 45) Dire se la funzione

$$f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$$
$$x \mapsto x^2$$

è iniettiva, suriettiva, biettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

- 46) Dire se la funzione

$$f : [0, 1] \longrightarrow [-1, 1]$$
$$x \mapsto x^2$$

è iniettiva, suriettiva, biettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

47) Dire se la funzione

$$f : [-\pi, \pi] \longrightarrow [-1, 1]$$
$$x \mapsto \sin x$$

è iniettiva, suriettiva, biiettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

48) Dire se la funzione

$$f : [0, \frac{\pi}{2}] \longrightarrow [0, 1]$$
$$x \mapsto \sin x$$

è iniettiva, suriettiva, biiettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

49) Date le funzioni

$$f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$$
$$x \mapsto \cos x$$

e

$$g : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$$
$$x \mapsto x^2$$

calcolare $g \circ f$.

50) Date le funzioni

$$f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$$
$$x \mapsto x^2$$

e

$$g : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$$
$$x \mapsto \cos x$$

calcolare $g \circ f$.

51) Date le funzioni

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto x^2$$

e

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \cos x$$

è possibile calcolare $g \circ f$?

52) Nell'espressione $g(f(x)) := 2^{\sqrt{x}}$, qual è la funzione f e qual è la funzione g ?

53) Nell'espressione $g(f(x)) := \sqrt{\log x}$, qual è la funzione f e qual è la funzione g ?

54) Nell'espressione $h(g(f(x))) := \log^2 \sqrt{x}$, cosa sono le funzioni f , g e h ?

55) Nell'espressione $h(g(f(x))) := \sqrt{\log^2 x}$, cosa sono le funzioni f , g e h ?