

Corso di Laurea in Scienze Geologiche

Corso di Matematica

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 8

Risolvere i seguenti integrali.

1) $\int_0^1 x^3 dx$;

2) $\int_{-1}^1 x^2 + 1 dx$;

3) $\int_0^1 \sqrt[4]{x^3} dx$;

4) $\int_{-2}^7 dx$;

5) $\int_{-3}^3 e^x dx$;

6) $\int_{-1}^0 \cos x \sin^4 x dx$;

7) $\int_0^1 \sin(2x) dx$;

8) $\int_0^1 x^3 + x^2 + x + 1 dx$;

9) $\int_1^2 \frac{\log 2x}{x} dx$;

10) $\int_1^2 \frac{2}{9x^2} dx$;

11) $\int_1^e \frac{\log^2 x}{x} dx$;

12) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^7 x \cos x dx$;

13) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$;

14) $\int 3 \sin x e^{\cos x}$;

- 15) $\int \frac{x}{16 - x^2} dx;$
- 16) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 \frac{3x}{2}} dx;$
- 17) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{3x}{\pi}\right) dx;$
- 18) $\int \frac{5}{25 - 16x^2} dx;$
- 19) $\int \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} dx;$
- 20) $\int_{-1}^0 \frac{x + 1}{9 - x^4};$
- 21) $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos x dx;$
- 22) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{9 - 4x^2}};$
- 23) $\int_2^3 \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1} dx;$
- 24) $\int \frac{3 - 2x}{2x^2 - 5x + 3} dx;$
- 25) $\int \frac{2x}{16x^2 - 24x + 9} dx;$
- 26) $\int_{-1}^1 \frac{3}{x^2 + 6x + 8} dx;$
- 27) $\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 10} dx;$
- 28) $\int_1^3 \frac{3}{x} dx;$
- 29) $\int_1^3 \frac{4}{x^2 - 6x + 9} dx;$
- 30) $\int \frac{8x + 1}{4x^2 + x + 6} dx.$

Calcolare l'area indicata, studiando il segno della funzione data e calcolando un opportuno integrale.

- 31) Data la funzione $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+6x+5}dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=0$ e $x=2$;
- 32) Data la funzione $f(x) = 2\cos x dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=-2\pi$ e $x=\frac{\pi}{3}$;
- 33) Data la funzione $f(x) = \frac{e^x}{e^x-1}dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=1$ e $x=2$;
- 34) Data la funzione $f(x) = \frac{x-3}{x^2+x-2}dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=2$ e $x=4$;
- 35) Data la funzione $f(x) = \frac{x}{x^2+5x+6}dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=-1$ e $x=1$;
- 36) Data la funzione $f(x) = 2x\sqrt{x^2+1}dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=-1$ e $x=1$;
- 37) Data la funzione $f(x) = \frac{x}{x^2+6x+9}dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=-1$ e $x=1$;
- 38) Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$, calcolare l'area compresa tra il grafico di f , l'asse delle ascisse e le rette $x=-1$ e $x=1$.

Risolvere le seguenti equazioni differenziali.

39) $y'y = x^2$;

40) $y' = \log x^y$;

41) $\frac{y'}{\sqrt{1-4y^2}} = \cos x$;

42) $\frac{y'}{\sqrt{4-y^2}} = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$;

43) $y'e^x = \frac{x^3}{x^2+2x+1}$;

44) $e^{2x+3y} = y'$;

45) $y' = \frac{\sin y \cos y}{\tan x}$;

46) $y' = \sin 3x$;

47) $y' = 2 \cos \frac{x}{2}$;

48) $y' = \frac{\log x}{\log y}$;

49) $y'y^4 = 7x^6$;

50) $y' = 2y + 2x$;

51) $y' - 6x^2 = 3y$;

52) $y' - \sin x - y \sin x = 0$;

53) $e^x - y = y'$;

54) $y' = \frac{x}{x^2-1} - y \frac{1}{x}$;

55) $y' = \frac{1}{1+x^2} - y \frac{1}{2x}$.

Risolvere i seguenti problemi di Cauchy.

$$56) f(x) = \begin{cases} \frac{y'}{4+y^2} = \frac{1}{1+9x^2} \\ y(0) = 0 \end{cases} ;$$

$$57) f(x) = \begin{cases} \frac{y'}{y^2} = x^2 \\ y(-1) = 0 \end{cases} ;$$

$$58) f(x) = \begin{cases} \frac{y'}{y} = e^x \\ y(1) = e \end{cases} ;$$

$$59) f(x) = \begin{cases} y' = y - x \\ y(1) = 2 \end{cases} ;$$

$$60) f(x) = \begin{cases} y' = x^2 + \frac{y}{x} \\ y(0) = \pi \end{cases} ;$$

$$61) f(x) = \begin{cases} \frac{y'}{y} = \frac{\log x}{x} \\ y(0) = 1 \end{cases} ;$$

$$62) f(x) = \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = -x \\ y(1) = -1 \end{cases} ;$$

$$63) f(x) = \begin{cases} y' = e^x \sqrt{9 - \pi^2 y^2} \\ y(0) = 0 \end{cases} ;$$

$$64) f(x) = \begin{cases} y' = \sqrt{9 - 4x^2} \\ y(0) = -\pi \end{cases} ;$$

$$65) f(x) = \begin{cases} y' = -2xy - x^2 e^{-x^2} \cos x \\ y(0) = 1 \end{cases} ;$$

$$66) f(x) = \begin{cases} y' = \frac{1}{x} - 2\frac{y}{x} \\ y(e) = e \end{cases} ;$$

$$67) f(x) = \begin{cases} y' = \frac{1}{x^3} - 2\frac{y}{x} \\ y(1) = \sqrt{e} \end{cases} ;$$

$$68) f(x) = \begin{cases} y' = e^{\sin x} \cos x - \cos xy \\ y\left(\frac{\pi}{6}\right) = e \end{cases} .$$