

**Università della Calabria**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale**  
**A.A. 2020-2021**

**Programma del corso di *Algebra Lineare e Geometria***

Docente: Dr. Laura Paladino

**Logica e insiemistica.** Proposizione, teorema, lemma, corollario, dimostrazione. Congiunzione e disgiunzione logica. Implica e coimplica, condizioni necessarie e sufficienti. Insiemi. Insiemi con infiniti elementi. Operazioni tra gli insiemi: intersezione, unione, differenza, prodotto cartesiano.

**Matrici e sistemi lineari.** Operazioni tra matrici e loro proprietà. Matrici triangolari e diagonali. Trasposta di una matrice e matrici simmetriche. Matrici antisimmetriche. Matrici elementari. Metodo di eliminazione di Gauss. Matrici a gradini e forma ridotta di una matrice. Rango di una matrice. Matrici invertibili. Proprietà e calcolo dell'inversa di una matrice. Determinante di una matrice quadrata e condizioni di invertibilità. Determinante delle matrici elementari. Teorema di Binet. Risoluzione di sistemi lineari con il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi omogenei. Teorema degli orlati. Teorema di Cramer. Rango righe e rango colonne.

**Spazi vettoriali.** Spazi e sottospazi vettoriali. Generatori. Dipendenza e indipendenza lineare. Basi e dimensione. Rango di una matrice e indipendenza lineare. Coordinate. Teorema della dimensione. Teorema di estensione della base. Operazioni sui sottospazi: intersezione, somma, somma diretta.

**Applicazioni lineari.** Applicazioni lineari. Nucleo e immagine di una applicazione lineare. Iniettività e suriettività di un'applicazione lineare. Isomorfismi e spazi isomorfi. Spazi isomorfi e dimensione. Rappresentazione di applicazioni lineari tramite matrici. Teorema di nullità più rango.

**Cambiamenti di coordinate, diagonalizzazione di matrici e forma canonica di Jordan.** Matrici di cambiamento di coordinate. Applicazioni lineari e cambiamento di coordinate. Autovettori, autovalori e autospazi. Diagonalizzazione di matrici. Matrici simili. Forma canonica di Jordan. Basi di autovettori generalizzati.

**Spazi euclidei.** Prodotto scalare. Basi ortogonali e ortonormali. Spazi ortogonali. Metodo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali.

**Geometria euclidea in  $\mathbb{R}^2$  e in  $\mathbb{R}^3$ .** Vettori geometrici nel piano e nello spazio e operazioni tra di essi. Traslazioni nel piano cartesiano e nello spazio euclideo. Equazione parametrica di una retta nel piano cartesiano. Coordinate polari. Rette e piani nello spazio: equazioni parametriche e cartesiane. Retta passante per due punti. Piano passante per tre punti. Rette parallele e perpendicolari. Piani paralleli e perpendicolari. Fasci di rette. Fasci di piani. Posizione reciproca di due rette nello spazio. Distanza tra due punti. Distanza di un punto da una retta. Distanza di un punto da un piano. Distanza di una retta da un piano. Distanza tra due rette parallele. Distanza tra due rette sghembe.

**Forme quadratiche e coniche.** Forme bilineari. Forme quadratiche. Forme quadratiche definite positive, definite negative, semidefinite positive e semidefinite negative. Teorema spettrale. Coniche. Coniche degeneri e non degeneri. Classificazione delle coniche. Coniche a centro: ellissi e iperboli. Calcolo del centro e degli assi di una conica a centro. Parabole. Calcolo dell'asse e del vertice di una parabola. Rotazioni nel piano. Matrici di rotazione. Formule di traslazione, di rotazione e di rototraslazione. Forma canonica di una conica.