

Università della Calabria  
Corso di Laurea in Chimica

**Matematica di Base - Parte B**

L. Paladino

**Foglio di esercizi n.4**

**4.1.** Dire se i seguenti vettori di  $V$  sono linearmente indipendenti oppure linearmente dipendenti. Inoltre dire se generano  $V$ .

**1)**  $(1, 2, 3, 4); (1, -1, 5, 7); (-1, 4, -7, -10); (1, 0, 0, 1)$  in  $\mathbb{R}^4$ ;

**2)**  $(1, -1, 1, -1, 1); (-1, 1, -1, 1, 1)$  in  $\mathbb{R}^5$ ;

**3)**  $1; 2; 3$  in  $\mathbb{R}$ ;

**4)**  $1; i$  in  $\mathbb{C}$ .

**4.2.** Trovare una base e la dimensione dei sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^4$  definiti dai seguenti sistemi omogenei

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y - t = 0 \\ 2x + y + z - 3t = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 3x = 3y - 3z \end{cases}$$

**4.3.** Trovare la dimensione del sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^4$  definito dal seguente sistema omogeneo, al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + (k-1)y + 3z = 0 \\ kx + (2k-2)y + 3z = 0 \\ 2y - 3z - 3kt = 0 \end{cases}$$

**4.4.** Calcolare una base e la dimensione dei seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^2$

- a)  $\langle (0, 1), (2, 2) \rangle$ ;
- b)  $\langle (1, 1), (2, 2) \rangle$ ;
- c)  $\langle (0, 1), (2, 2), (-1, 2) \rangle$ ;
- d)  $\langle (-2, 1) \rangle$ .

**4.5.** Calcolare una base e la dimensione dei seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{C}^2$

- a)  $\langle (0, i), (1, 1) \rangle$ ;
- b)  $\langle (-1, i), (i, 1), (1, i) \rangle$ ;
- c)  $\langle (i, i), (2, 2) \rangle$ ;
- d)  $\langle (i + 1, 1) \rangle$ .

**4.6.** Calcolare una base e la dimensione dei seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^3$

- a)  $\langle (0, -1, 1), (2, 3, 1) \rangle$ ;
- b)  $\langle (1, 2, 3), (-1, 1, 3), (0, 1, 2) \rangle$ ;
- c)  $\langle (1, -1, 2), (2, -2, 1), (1, 2, 3), (0, 1, 0) \rangle$ ;
- d)  $\langle (-1, 2, 3), (-2, 4, 6) \rangle$ ;
- e)  $\langle (1, 1, 1) \rangle$ .

**4.7.** Calcolare una base e la dimensione dei seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^4$

- a)  $\langle (0, -1, 1, 2), (-2, 2, 3, 1) \rangle$ ;
- b)  $\langle (1, 2, 3, 1), (-1, 1, 3, 2), (0, 1, 2, 1) \rangle$ ;
- c)  $\langle (1, -1, 2, 0), (2, -2, 1, -4), (2, 1, 2, 3), (1, 0, 1, 0) \rangle$ ;
- d)  $\langle (-1, 2, 3, 1), (-2, 4, 6, 2), (1, -2, -3, -1) \rangle$ ;

**e)**  $\langle (-1, 2, 3, 1), (-2, 4, 6, 2), (1, -2, -3, 1) \rangle;$

**f)**  $\langle (1, 1, 1, -1) \rangle;$

**g)**  $\langle (3, -1, 2, 0), (1, -2, 1, -4), (2, 0, 2, 3), (1, 0, 1, 0), (1, 1, -2, 0) \rangle.$

**4.8.** Calcolare una base e la dimensione dei seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^5$

**a)**  $\langle (-1, 1, -1, 1, -1), (-2, 2, -1, 1, -2) \rangle;$

**b)**  $\langle (-1, 2, 3, 1, 0), (-2, 4, 6, 2, 0), (1, -2, -3, -1, 1) \rangle.$